Year. Month. Date. ( )

امیرحسین یزدخواستی — یازدهم تجربی — تکلیف !!

(1)

$$f(x)=\begin{cases} x^3-4 \ , & x>a \\ 12x-20 \ , & x\le a \end{cases}$$

یک به یک است ←

ضریب تابع خطی و شیب مثبت صعودی است ← یک به یک است

برای یافتن هم پوشانی ها $\left\{\begin{matrix} x>a \\ x\le a \end{matrix}\right\} \to 12a-20 \le a^3-4 \to 12a-16 \le a^3 \to a^3-12a+16 \ge 0 = (a-2)^2(a+4) \ge 0$

$\to a+4 \ge 0 \to \boxed{a \ge -4} \to \boxed{a=[-4,+\infty)}$

(2)

$f(x)=3x+k$

$f^{-1}(2)=4 \to f(4)=2 \to f(4)=2 \to 12+k=2 \to k=-10$

$\boxed{f(x)=3x-10}$

الف) $f(7)=21-10=11$

ب) $f(f(x))=f(3x-10)=3(3x-10)-10 = 9x-30-10 = \boxed{9x-40}$

(3)

$A(2a,a) \to f(a)=\dfrac{a^2}{a-1}=2a \to 2a^2-2a=a^2 \to a^2-2a=0 \to a(a-2)=0$

$\to \boxed{a=0,2}$

(4)

$f=\{(3,5)(4,7)(7,2)(9,6)\}$, $g=\{(3,2)(8,6)(9,5)\}$

$\to f^{-1}=\{(5,3)(7,4)(2,7)(6,9)\}$, $g^{-1}=\{(2,3)(6,8)(5,9)\}$

الف) $f\circ f^{-1}=\{(5,5)(7,7)(2,2)(6,6)\}$

ب) $f^{-1}\circ f=\{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$

ج) $f\circ g^{-1} = \{(2,5)(\cancel{6}\ )(5,6)\}=\{(2,5)(5,6)\}$

د) $g^{-1}\circ f=\{(3,9)(\cancel{4}\ )(7,3)(9,8)\}=\{(3,9)(7,3)(9,8)\}$

(5)

$f=\{(2,4)(4,8)(6,0)\}$ / $g=\{(2,1)(4,3)(6,5)\}$ / $h=\{(1,2)(3,4)(6,1)(5,1)\}$

$\to g^{-1}=\{(1,2)(3,4)(5,6)\} \to \boxed{f\circ g^{-1}=\{(1,4)(3,8)(5,0)\}}$

$\to \dfrac{h}{f\circ g^{-1}}=\{(1,\tfrac{1}{2})(3,\tfrac{1}{2})(5,\cancel{\tfrac{1}{0}})\} \to \boxed{\dfrac{h}{f\circ g^{-1}}=\{(1,\tfrac{1}{2})(3,\tfrac{1}{2})\}}$

Year Month. Date. ( )

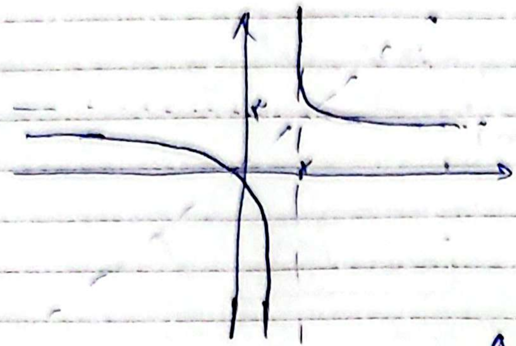
حذف خارج!!   پایه دهم - سه ادبیاتی   امیرحسین وزیرطالبی

⑥

$y=\frac{3x+1}{x-2}$ $\xrightarrow{\text{تابع هموگرافیک}}$

→ مجانب عمودی → $\boxed{x=2}$

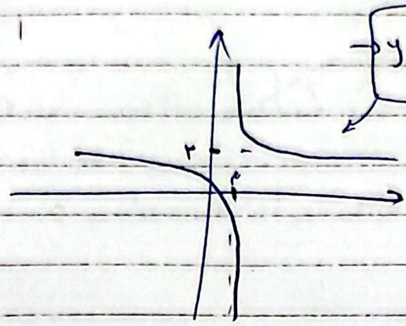
→ مجانب افقی → $y=\frac{3}{1}=3 \to \boxed{y=3}$



تابع معکوس: $x=\frac{3y+1}{y-2} \to xy-2x=3y+1$

$\Rightarrow xy-3y=2x+1 \to y(x-3)=2x+1$

$\to \boxed{y=\frac{2x+1}{x-3}}=f^{-1}(x)$

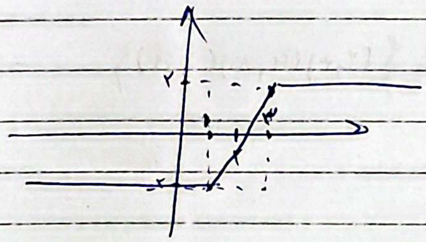


---

⑦

$f(x)=|x-1|-|x-3|$ ← $[a,b]$ وارون پذیر است

سه ضابطه ای



$\to [a,b]=\boxed{[1,3]}$

$[1,3]$ در بازه $\to y=2x-4 \to x=2y-4 \to 2y=x+4 \to \boxed{y=\frac{x+4}{2}}$

---

⑧

$f(x)=\begin{cases} x^3+4 \; ; \; x\ge 1 \\ 4x-1 \; ; \; x\le 0 \end{cases}$

x^3+4: آنجا که تابعی صعودی است پس این هم یک به یک است → $R_2=[5,+\infty)$

$4x-1$: در حالت این خط غیر ثابت است پس یک به یک است → این دو برد هیچ عضو مشترکی هم ندارند

$\to R_1=(-\infty,-1]$, $R_2=[5,+\infty) \to (-\infty,0)\cup[1,+\infty)$

$y=4x-1 \to x=4y-1 \to x+1=4y \to \boxed{y=\frac{x+1}{4}}$, $y=x^3+4 \to x=y^3+4$

$\to x-4=y^3 \to \boxed{y=\sqrt[3]{x-4}}$ $\xrightarrow{\text{جواب سوال}}$ $\boxed{f^{-1}(x)=\begin{cases}\frac{x+1}{4} \; ; \; x\le -1 \\ \sqrt[3]{x-4} \; ; \; x\ge 5\end{cases}}$

Year. Month. Date. ( ) تکلیف شماره ۱ یازدهم سپهر الیگودرز امیرحسین یزدخواستی

$f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3} \longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{2x+d} \rightarrow f^{-1}(b) = ? \rightarrow b < 0$ (9)

$\overset{y}{\cancel{f(x)}} = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3} \rightarrow y = \frac{\cancel{x^3} + \cancel{3x^2} - \cancel{x^3} - \cancel{3x^2} - 3x - 1}{x+3} = \frac{-3x-1}{x+3}$

$\rightarrow y = \frac{-3x-1}{x+3} \rightarrow x = \frac{-3y-1}{y+3} \rightarrow xy + 3x = -3y - 1 \rightarrow xy + 3y = -1 - 3x$

$y(x+3) = -1 - 3x \rightarrow y^{-1} = \frac{-3x-1}{x+3} = \frac{-6x-2}{2x+6} \rightarrow f^{-1}(b) = f^{-1}(-2) = \frac{\overset{10}{\cancel{12}} - 2}{\underset{2}{\cancel{-4}} + 6} = 5$

$\rightarrow \boxed{f^{-1}(-2) = 5} \leftarrow$ حاصل

$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \rightarrow y(x^2+1) = x \rightarrow yx^2 + y = x \rightarrow yx^2 - x + y = 0$ (10)

$\rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4y^2}}{2y} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4y^2}}{2y} \rightarrow \boxed{y^{-1} = \frac{2x}{1 + \sqrt{1-4x^2}}}$