۱۹,۵

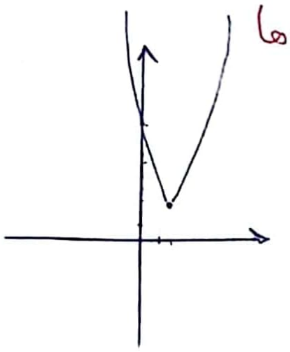
سهراب محقق - تکلیف ۱۲ کلاس دوشنبه ها

سوال ۱)

۲

الف) $y = x^2 - 4x + 7$

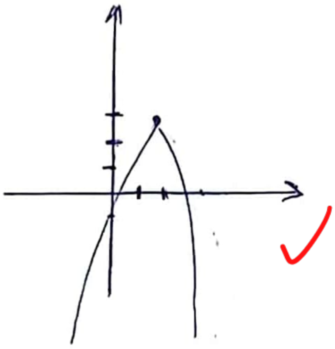
$$\begin{cases} x_{ext} = \frac{-b}{2a} = -\frac{(-4)}{2(1)} = 2 \\ y_{ext} = (2)^2 - 4(2) + 7 = 3 \\ a > 0 \quad , C = 7 \end{cases}$$



✓

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

$$\begin{cases} x_{ext} = \frac{-b}{2a} = -\frac{(4)}{2(-1)} = 2 \\ y_{ext} = -(2)^2 + 4(2) - 1 = 3 \\ a < 0 \quad , \quad C = -1 \end{cases}$$



✓

سوال ۲)

۲

الف)

$f(x) = y = 2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$

$(m+1)^2 - 4(2)(\frac{1}{2}m + 2) > 0$

$m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 > 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) > 0$

| $f(x)$ |  | $-3$ |  | $5$ |  |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $+$ | $\phi$ | $-$ | $\phi$ | $+$ |

$m \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$ ✓

ب)

$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4aC = 0$

$(m+1)^2 - 4(2)(\frac{1}{2}m + 2) = 0$

$m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \Rightarrow \underset{5}{(m-5)}\underset{-3}{(m+3)} = 0$

$m = \{-3, 5\}$ ✓

ج)

$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4aC < 0$

$(m+1)^2 - 4(2)(\frac{1}{2}m + 2) < 0$

$m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 < 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) < 0$

| $f(x)$ |  | $-3$ |  | $5$ |  |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $+$ |  | $-$ |  | $+$ |

$\Rightarrow m \in (-3, 5)$ ✓

د)

$\Delta \geq 0 \quad b^2 - 4ac \geq 0$

$(m+1)^2 - 4(2)(\frac{1}{2}m + 2) \geq 0$

$m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 \geq 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 \geq 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) \geq 0$

| $f(x)$ |  | $-3$ |  | $5$ |  |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $+$ |  | $-$ |  | $+$ |

$m \in (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$ ✓

سوال ۳) $\bigcirc\!\!\!\!2$

الف)

$f(x) = y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$

$4m^2+8m+4-40m+80>0$

$4m^2-32m+84>0 \Rightarrow m^2-8m+21>0$

$\Delta>0 \quad (2(m+1))^2 - 4(m-2)(10) > 0$

$S<0 \quad -\frac{(-2(m+1))}{2(m-2)} < 0 \Rightarrow \frac{2(m+1)}{2(m-2)} < 0$

| $p(m)$ | | $-1$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $+$ | | $-$ | | $+$ |

I

$P>0 \Rightarrow \frac{10}{m-2} > 0 \Rightarrow m>2$ II

$\xrightarrow[\cap]{\text{II و I}} \varnothing \Rightarrow$ به ازای هیچ مقدار m برقرار نیست ✓

ب)

$4m^2+8m+4-40m+80>0$

$m^2-8m+21>0 \xrightarrow[a>0]{\Delta<0}$ همواره برقرار

$\Delta>0 \quad (2(m+1))^2 - 4(m-2)(10) > 0 \Rightarrow$

$S<0 \quad -\frac{(-2(m+1))}{2(m-2)} < 0 \Rightarrow \frac{2(m+1)}{2(m-2)} < 0 \Rightarrow$

| $p(m)$ | | $-1$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $+$ | | $-$ | | $+$ |

$\Rightarrow m \in (-1,2)$ I

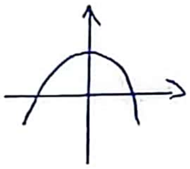
$P<0 \quad \frac{10}{m-2} < 0 \Rightarrow m<2$ II

$\xrightarrow[\cap]{\text{I, II}} m \in (-1,2)$ ✓

سوال ۴) $\bigcirc\!\!\!\!\!\!\!1{,}75$

الف)

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$

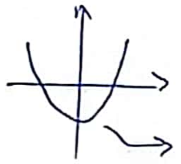


$\Delta:\ (2(m+1))^2 - 4(m-2)(10) > 0 \Rightarrow 4m^2+8m+4-40m+80>0$

$4m^2-32m+84>0 \Rightarrow m^2-8m+21>0$

$\xrightarrow[a>0]{\Delta<0}$ همواره برقرار

$a:\ m-2<0 \Rightarrow m<2$



چون عرض از مبدا ۱۰ که بیشتر از صفر است این حالت نمی‌تواند باشد

$\Rightarrow m \in (-\infty, 2)$ ✓

ب)

دقت!

$\frac{-b}{2a} = \boxed{-}2 \Rightarrow \frac{2(m+1)}{2(m-2)} = -2 \Rightarrow 2(m-2) = (m+1)$

$\Rightarrow 2m-4 = m+1 \Rightarrow$ ~~$m=5$~~ $\boxed{m=1}$

سوال ۵) $0 \leq \sin^2 \leq 1$ $\bigcirc\!\!\!\!2$

$\frac{2x^2}{3} - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{2} = 0$

$\Delta \geq 0 \Rightarrow (-2\sin\alpha)^2 - 4\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{2}\right) \geq 0 \quad 4\sin^2\alpha - 4 \geq 0 \quad \sin^2\alpha \geq 1 \Rightarrow \sin^2 = 1$

$\sin = \pm 1$

$S>0 \quad 2\sin\alpha > 0 \to \sin\alpha > 0 \quad \xrightarrow{I} \sin = 1$

$\Rightarrow \frac{2}{3}x^2 - 2x + \frac{3}{2} \Rightarrow (x^2-2x+1)=0 \to (x-1)^2=0 \quad x = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$ ✓

(۶ سؤا

۲

$$y = \frac{(۳x^۲ - ۲x - ۱)(۲x^۲ - ۳x - ۵)}{۱ - x^۲}$$

$$(۳x^۲ - ۲x - ۱) = x^۲ - ۲x - ۳ = \underset{\frac{۳}{۳}=۱}{(x-۳)}\underset{\frac{-۱}{۳}}{(x+۱)} \Rightarrow (x-۱)\overset{۳x+۱}{\overbrace{(x+\tfrac{۱}{۳})}}$$

$$(۲x^۲ - ۳x - ۵) = x^۲ - ۳x - ۱۰ = \underset{\frac{۵}{۲}}{(x-۵)}\underset{\frac{-۲}{۲}=-۱}{(x+۲)} \Rightarrow (x+۱)\underbrace{(x - \tfrac{۵}{۲})}_{(۲x-۵)}$$

$$= \frac{(x-۱)(۳x+۱)(x+۱)(۲x-۵)}{۱-x^۲} = -(۳x+۱)(۲x-۵) = -(۶x^۲ - ۱۳x - ۵)$$

$$= -۶x^۲ + ۱۳x + ۵$$ با شرط $x \neq ۱$ :

$$\Rightarrow \overset{a<۰}{Max} \Rightarrow y_{Max} = \frac{-\Delta}{۴a} = -\frac{۱۳^۲ - ۴(۵)(-۶)}{۴(-۶)} = -\frac{۱۶۹+۱۲۰}{-۲۴} = \frac{۲۸۹}{۲۴}$$ ✓

(۷ سؤال

۲

$$mx^۲ - (m+۲)x - ۲ = ۰ \qquad S = \frac{m+۲}{m}, \; P = \frac{-۲}{m}$$

$$۳S = ۵P + ۷ \Rightarrow ۳\left(\frac{m+۲}{m}\right) = ۵\left(\frac{-۲}{m}\right) + ۷ \xrightarrow{\times m} ۳m + ۶ = -۱۰ + ۷m \; (m \neq ۰)$$

$$۴m = ۱۶ \Rightarrow m = ۴$$

$$S^۲ - ۲P = \left(\frac{(۴)+۲}{(۴)}\right)^۲ - ۲\left(\frac{-۲}{۴}\right) = \frac{۹}{۴} + ۱ = \frac{۱۳}{۴}$$ ✓

(۸ سؤال

۲

$$x^۲ - ۵x + ۲ = ۰ \qquad \frac{۴\alpha + \beta^۵}{۵\beta^۲} \qquad S = \alpha + \beta = ۵$$

$$\xrightarrow{x=\beta} \beta^۲ - ۵\beta + ۲ = ۰ \qquad \alpha = ۵ - \beta \Rightarrow ۴\alpha = ۲۰ - ۴\beta \; (I)$$

$$\beta^۲ = ۵\beta - ۲ \; (II)$$

$$\beta^۳ = \beta \cdot \beta^۲ = \beta(۵\beta - ۲) = ۵\beta^۲ - ۲\beta$$

$$\beta^۴ = \beta \cdot \beta^۳ = \beta(۲۳\beta - ۱۰) = ۲۳\beta^۲ - ۱۰\beta$$

$$\beta^۵ = \beta \cdot \beta^۴ = \beta(۱۰۵\beta - ۴۶) = ۱۰۵\beta^۲ - ۴۶\beta \longrightarrow \beta^۵ = ۱۰۵(۵\beta - ۲) - ۴۶\beta$$

$$= ۵۲۵\beta - ۲۱۰ - ۴۶\beta = ۴۷۹\beta - ۲۱۰$$

$$\frac{۴\alpha + (۴۷۹\beta - ۲۱۰)}{۵\beta^۲} = \frac{۴\alpha + ۴۷۹\beta - ۲۱۰}{۵\beta^۲} \overset{(I)}{\Rightarrow} \frac{(۲۰ - ۴\beta) + ۴۷۹\beta - ۲۱۰}{۵\beta^۲} = \frac{۴۷۵\beta - ۱۹۰}{۵\beta^۲} = \frac{۹۵\beta - ۳۸}{\beta^۲}$$

$$\overset{I}{\Rightarrow} \frac{۹۵\beta - ۳۸}{۵\beta - ۲} = \frac{۱۹(۵\beta - ۲)}{(۵\beta - ۲)} = ۱۹$$ ✓

CamScanner

سوال (۹)

۲

$$\begin{cases} y_۱ = ax^۲ + bx + c \xrightarrow{c=۴} ax^۲ + bx + ۴ \\ y_۲ = ۲x + ۱۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_۱ = y_۲ \Rightarrow ax^۲ + bx + c = ۲x + ۱۰ \Rightarrow ax^۲ + x(b-۲) - ۶ = ۰$$

$$\begin{cases} x = ۲ \longrightarrow ۴a + ۲(b-۲) - ۶ = ۰ \Rightarrow ۴a + ۲b - ۱۰ = ۰ \\ x = -۳ \longrightarrow ۹a - ۳(b-۲) - ۶ = ۰ \quad ۹a - ۳b = ۰ \Rightarrow ۹a = ۳b \\ \qquad (۳a = b)^{*} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{*} ۴a + ۲(۳a) - ۱۰ = ۰ \Rightarrow ۱۰a = ۱۰ \Rightarrow a = ۱ \quad , \quad ۳(۱) = b \quad b = ۳$$

$$\begin{cases} y_۱ = x^۲ + ۳x + ۴ \\ \Rightarrow x_{ext} = -\frac{b}{۲a} = -\frac{۳}{۲} \end{cases}$$ ✓

سوال (۱)

۱٫۷۵

$$y = ۲x^۲ + (m+۱)x + m + ۶$$

$$\begin{cases} y_۱ = ۲x^۲ + (m+۱)x + m + ۶ \\ y_۲ = x \end{cases} \Rightarrow y_۱ = y_۲ \Rightarrow ۲x^۲ + (m+۱)x + ۶ + m = x$$

$$۲x^۲ + mx + ۶ + m = ۰ \xrightarrow{\text{مماس}} \Delta = ۰$$

$$m^۲ - ۴(۲)(۶+m) = ۰ \Rightarrow m^۲ = ۴۸ - ۸m$$

$$m^۲ + ۸m - ۴۸$$

$$(m+۱۲)(m-۴) = ۰ \begin{cases} m = ۴ \ ✓ \\ m = -۱۲ \ × \ \text{ناحیه سوم} \end{cases}$$

چون گفته در ناحیه اول باید نقطه برخورد هم علامت
با x و y ناحیه اول باشد

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{-(m)}{۲(۲)} > ۰ \quad m < ۰$$

$$m < ۰ \Rightarrow \cancel{m = -۱۲} \quad \boxed{m = -۴}$$