نام و نام خانوادگی ...ماهان حیدرانی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۳.. کلاس ..یازدهم (دبیرستان شهید هاشمی‌نژاد)..

۱۹,۷۵

۱	۲	$y=(a-1)x^2+x+3 \to -\frac{b}{2a}=2 \to -\frac{1}{2a-2}=2$ $\to -1=4a-4 \to a=\frac{3}{4} \to y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$ ریشه‌ها $\to x=\frac{-1\pm\sqrt{1+3}}{-\frac{1}{2}}$ ⟨ $x_1=-2$ − ، $x_2=6$ + ✓
۲	۱,۷۵	$f(x)=mx^2-5x+m$ ؛ x_1 ، x_2 : − ۰ + ۰ − می‌فهمیم که m منفی است و معادله هم ۲ ریشه دارد. (چون قبل ریشه اول و بعد ریشه دوم موافق علامت m است.) ① $m<0$ ② $\Delta>0 \to 25-4m^2>0 \to m^2<\frac{25}{4} \to m<\frac{5}{2} \wedge m>-\frac{5}{2}$ (دقت! ۲) ①،② $\to m=(-\frac{5}{2},0)$
۳	۲	$x_1=\frac{3-\sqrt5}{3}$ ، $x_2=\frac{3+\sqrt5}{3}$ ضرب $=\frac{9-5}{9}=\frac{4}{9}$ ، جمع $=\frac{6}{3}=2$ $\to \frac{c}{a}=\frac{4}{9}$ و $-\frac{b}{a}=2 \to y=x^2-Sx+P$ $\to y=x^2-2x+\frac{4}{9}$ ضرایب صحیح ×۹ $y=9x^2-18x+4=0$ ✓
۴	۲	$2x^2-8x+m+2=0$ ، $\beta>\alpha$ ، $3\alpha^2+\beta^2=12$ $\alpha+\beta=4$ ، $\alpha=4-\beta \to \beta^2+3\alpha^2=12 \to 3(4-\beta)^2+\beta^2=48+3\beta^2-24\beta+\beta^2=12$ $\to 4\beta^2-24\beta+36=0 \to 4(\beta-3)^2=0 \to \beta=3$ و $\alpha=1$ $\to y=2x^2-8x+m+2=2(x-3)(x-1)=2x^2-8x+6$ $\to m=4$ ✓
۵	۲	$S(2,9)$ ، $c=5$ ، $a<0$ ، ریشه‌ها را می‌خواهد. $y=a(x-h)^2+k=a(x-2)^2+9 \xrightarrow[y=5]{x=0} 4a+9=5$ $\to a=-1 \to y=-(x-2)^2+9=-x^2+4x+5$ ریشه‌ها $\to x=\frac{-4\pm\sqrt{16+20}}{-2}$ ⟨ $x_1=-1$ ، $x_2=5$ ⟩ بازه $(-1,5)$ ✓

$\alpha x^2 - 7x + 9\beta = 0 \qquad \beta > 0 \qquad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = ?$

$P = \alpha\beta = \frac{9\beta^2}{\alpha} \longrightarrow \alpha^2 = 9 \longrightarrow \alpha = \pm 3$

$\longrightarrow \alpha + \beta = \frac{7}{\alpha} \begin{cases} = \frac{7}{3} = 3 + \beta \longrightarrow \beta = -\frac{2}{3} \times \\ = -\frac{7}{3} = -3 + \beta \longrightarrow \beta = \frac{2}{3} \checkmark \end{cases}$

$\longrightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -\frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{9-2}{6} = \frac{7}{6}$ ✓

۴ — ۶

$x^2 + mx - 2m = 0 \qquad \alpha^2 - m\beta = 8 \qquad S = ? = -m$

$S = -m \qquad P = -2m$

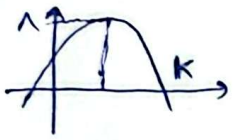
$\longrightarrow \alpha(-m-\beta) - m\beta = 8 \longrightarrow -\alpha\beta - m\alpha - m\beta = 8$

$\longrightarrow 2m - m(\alpha+\beta) = 8 \longrightarrow m^2 + 2m - 8 = 0 \begin{cases} m = 2 \\ m = -4 \end{cases}$

$\Delta > 0 \longrightarrow m^2 + 8m > 0 \begin{cases} 2 \checkmark \longrightarrow m = 2 \\ -4 \times \end{cases}$

$\longrightarrow S = \alpha + \beta = -m = -2$ ✓

۴ — ۷



$f(x) = mx^2 + 4x + \frac{m}{2} + 7$

$-\frac{\Delta}{4a} = 8 \longrightarrow -\frac{16 - 2m^2 - 28m}{4m} = 8$

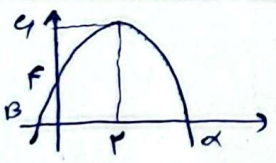
$\longrightarrow -16 + 2m^2 + 28m = 32m \longrightarrow 2m^2 - 4m - 16 = 0$

$\longrightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \begin{cases} m = -2 \checkmark \\ m = 4 \times \end{cases}$

ریشه‌ها $= \frac{-4 \pm \sqrt{16+32}}{-4} = \frac{-4 \pm 8}{-4} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \longrightarrow k = 3$ ✓

$-2x^2 + 4x + 6$

۴ — ۸



$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = ?$

$a(x-2)^2 + 6 = 0 \xrightarrow[y=4]{x=0} 4a + 6 = 4$

$\longrightarrow a = -\frac{1}{2} \longrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 \begin{cases} S = 4 \\ P = -8 \end{cases}$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2}$ ✓

۴ — ۹

$x^2 - (4a+4)x + (2a^2 + 6a + 2) = 0 \qquad x_1 = 2$

جایگذاری $\longrightarrow 4 - 8a - 8 + 2a^2 + 6a + 2 = 0 \longrightarrow 2a^2 - 2a - 1 = 0$

ریشه‌ها $\longrightarrow a = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6} \begin{cases} 1 \checkmark \\ -\frac{1}{3} \checkmark \end{cases}$

هر دو حالت برای a جواب می‌دهند.

$S = 4a + 4 \begin{cases} = 8 \longrightarrow x_2 = 6 \checkmark \\ = -\frac{4}{3} + 4 = \frac{8}{3} \longrightarrow x_2 = \frac{2}{3} \checkmark \end{cases}$

۴ — ۱۰