شهاب محقق تکلیف ۱۳ کلاس دونفره ها .

سوال ۱)

$y=(a-1)x^{۲}+x+۳$

$\frac{-b}{۲a}=۲$ $\qquad \frac{-1}{۲(a-۱)}=۲ \Rightarrow -۴a+۴=۱ \Rightarrow -۴a=-۳ \rightarrow a=\frac{۳}{۴}$

$y=-\frac{۱}{۴}x^{۲}+x+۳ \xrightarrow{\times(-۴)} x^{۲}-۴x-۱۲=۰ \rightarrow (x-۶)(x+۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x_{۱}=-۲ \\ x_{۲}=۶ \end{cases}$

سوال ۲)

$f(x)=mx^{۲}-۵x+m$

$\begin{array}{c|ccc} f(x) & x_{۱} & & x_{۲} \\ \hline x & - & + & - \end{array}$

$\begin{cases} \Delta>0 \quad b^{۲}-۴ac=(-۵)^{۲}-۴(m)(m)>۰ \\ ۲۵-۴m^{۲}>۰ \rightarrow ۴m^{۲}<۲۵ \rightarrow m^{۲}<\frac{۲۵}{۴} \\ \qquad -\frac{۵}{۲}<m<\frac{۵}{۲} \quad I \\ a<۰ \rightarrow m<۰ \quad II \rightarrow \end{cases}$

خارج از ریشه

$I, II \underset{\cap}{\Rightarrow} -\frac{۵}{۲}<m<۰$

سوال ۳)

$x_{۱}=\frac{۳+\sqrt{۵}}{۳}, \quad x_{۲}=\frac{۳-\sqrt{۵}}{۳}$

$\begin{cases} x_{۱}=\frac{۳+\sqrt{۵}}{۳} \Rightarrow x_{۱}-(\frac{۳+\sqrt{۵}}{۳})=۰ \\ x_{۲}=\frac{۳-\sqrt{۵}}{۳} \Rightarrow x_{۲}-(\frac{۳-\sqrt{۵}}{۳})=۰ \end{cases}$

$(x-(\frac{۳+\sqrt{۵}}{۳}))(x-(\frac{۳-\sqrt{۵}}{۳}))=x^{۲}+x(\frac{-۳+\sqrt{۵}-۳-\sqrt{۵}}{۳})+(\frac{۹-۵}{})$

$=x^{۲}+x(\frac{-۶}{۳})+\frac{۴}{۳}=x^{۲}-۲x+\frac{۴}{۳} \xrightarrow{\times ۳} ۳x^{۲}-۶x+۴$

سوال ۴)

$۲x^{۲}-۸x+m+۲ \qquad \alpha<\beta \qquad ۳\alpha^{۲}+\beta^{۲}=۱۲$

$۲\alpha^{۲}+۲\beta^{۲}+\alpha^{۲}-\beta^{۲}=۱۲ \Rightarrow ۲(\alpha^{۲}+\beta^{۲})+\underbrace{\alpha^{۲}-\beta^{۲}}_{\underbrace{(\alpha-\beta)}_{-\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}\underbrace{(\alpha+\beta)}_{S}} = ۲((۴)^{۲}-۲(\frac{m+۲}{۲}))+(-\frac{\sqrt{۶۴-۸(m+۲)}}{|۲|}\times ۴)=۱۲$

$(۱۶-m-۲)+(\sqrt{۶۴-۸m-۱۶}=\frac{۱۲}{۲}=۶$

$(-m+۱۴)-\sqrt{۶۴-۸m-۱۶}=۶ \Rightarrow (m-۸)^{۲}=-۸m+۴۸ \Rightarrow m^{۲}-۱۶m+۶۴=-۸m+۴۸$

$\Rightarrow m^{۲}-۸m+۱۶=۰ \Rightarrow (m-۴)^{۲}=۰ \rightarrow m=۴$

سوال ۵)

$S(۲,۹) \to \binom{h}{k} : a(x-h)^۲+k$

$c = ۵$

$a(x-۲)^۲+۹ = a(x^۲-۴x+۴)+۹ = ax^۲-۴ax+\overbrace{۴a+۹}^{۵}$

$\Rightarrow ۴a+۹ = ۵ \to ۴a = -۴ \to a = -۱$

$\Rightarrow -(x-۲)^۲+۹ = -x^۲+۴x-۴+۹ = -x^۲+۴x+۵$

$-x^۲+۴x+۵>۰$ $\quad x^۲-۴x-۵<۰$

$(x-۵)(x+۱)<۰$

$P(x)$		-۱		۵	
x	$+$		$-$		$+$

$(-۱,۵)$

سوال ۶)

$\alpha x^۲ - x + ۹\beta = ۰$ $\quad \frac{۱}{\alpha}, \frac{۱}{\beta}$

$P = \alpha\beta = \frac{۹\beta}{\alpha} \Rightarrow \alpha^۲\beta = ۹\beta$ $\quad \beta(\alpha^۲-۹) = ۰$ $\begin{cases} \alpha = \pm ۳ \\ \beta = ۰ \end{cases} \to \frac{۱}{\beta} = \frac{۱}{۰}$ تعریف نمی‌شود

پس غ ق ق

و همینطور β ⊕ هم نیست!

$\begin{cases} \alpha = ۳ \to \frac{۷}{\alpha} = \alpha+\beta \Rightarrow ۷ = \overset{۹}{\alpha^۲} + \alpha\beta \Rightarrow \alpha\beta = -۲ \\ \alpha = -۳ \to -۳\times\beta = -۲ \Rightarrow \beta = \frac{۲}{۳} \end{cases}$

چون $\beta<۰$ ، $\alpha>۰$

سوال ۷)

$x^۲+mx-۲m = ۰$ $\quad S = \frac{-b}{a} = -m = \alpha+\beta$

$\alpha^۲ - m\beta = ۸$ $\quad \alpha^۲ + (\alpha+\beta)\beta = ۸ \to \alpha^۲+\beta^۲+\alpha\beta = ۸$

$S^۲-۲P+P = ۸ \to S^۲-P = ۸$ $\quad (-m)^۲-(-۲m) = ۸$ $\quad m^۲+۲m-۸ = ۰$

$(m+۴)(m-۲) = ۰$

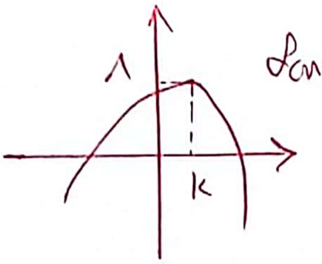
$\begin{cases} m = ۲ \\ m = -۴ \end{cases}$

$\Delta>۰ \Rightarrow$ $\quad m = -۴ \Rightarrow (-۴)^۲-۴(۸)(۱) = ۱۶-۳۲ = -۱۶<۰$

$m = ۲ \Rightarrow (۲)^۲-۴(-۴)(۱) = ۴+۱۶ = ۲۰>۰$

$S = \frac{-b}{a} = -(m) = -(۲) = -۲$

سوال ۸)



$f(x) = mx^۲ + ۴x + \frac{m}{۲} + ۷$

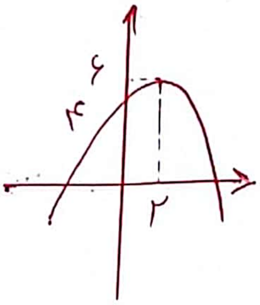
$$\begin{cases} y_{ext} : -\frac{\Delta}{۴a} = -\frac{(۴)^۲ - ۴(m)(\frac{m}{۲}+۷)}{۴m} = ۸ \qquad ۴ - (\frac{m^۲}{۲} - ۷m) = -۸m \\ \frac{m^۲}{۲} - ۸m + ۷m - ۴ = ۰ \rightarrow m^۲ - ۲m - ۸ = ۰ \qquad (m-۴)(m+۲) = ۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = ۴ \\ m = -۲ \end{cases}$$

$\Rightarrow a<۰$: max $\Rightarrow m<۰ \Rightarrow \underline{\underline{m = -۲}} \Rightarrow -۲x^۲ + ۴x + ۶ \Rightarrow (x+۶)(x-۲) \xrightarrow{\text{k، مرکز ریشه‌ها}} k = ۳$

$\frac{-۶}{-۲} = ③ \quad \frac{۲}{-۲} = \circled{-۱}$

سوال ۹)



$y = a(x-h)^۲ + k$

$y = a(x-۲)^۲ + ۶ \xrightarrow{x=۰} y = a(۰-۲)^۲ + ۶ = ۴$

$۴a = -۲ \Rightarrow a = \frac{-۲}{۴} = -\frac{۱}{۲}$

$y = -\frac{۱}{۲}\cdot(x-۲)^۲ + ۶ = -\frac{۱}{۲}(x^۲ - ۴x + ۴) + ۶ = -\frac{x^۲}{۲} + ۲x + ۴ = ۰$

$\xrightarrow{\times(-۲)} x^۲ - ۴x - ۸ = ۰$

$S = \frac{-(-۴)}{۱} = ۴ \ , P = \frac{-۸}{۱} = -۸ \qquad \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{۴}{-۸} = -\frac{۱}{۲}$

سوال ۱۰)

$x^۲ - (۴a+۴)x + (۳a^۲ + ۶a + ۳) = ۰ \longrightarrow \underset{\text{ریشه}}{x=۲}$

$\xrightarrow{x=۲} (۲)^۲ - (۴a+۴)(۲) + (۳a^۲ + ۶a + ۳) = ۰$

$۴ - ۸a - ۸ + ۳a^۲ + ۶a + ۳ = ۰ \rightarrow ۳a^۲ - ۲a - ۱ = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} x_۱ = ۱ \\ x_۲ = \frac{c}{a} = \frac{-۱}{۳} \end{cases}$

$$\Delta > ۰ \begin{cases} a = ۱ \Rightarrow x^۲ - ۵x + ۱۲ = ۰ \rightarrow \Delta = (-۵)^۲ - ۴(۱)(۱۲) = -۲۳ < ۰ \\ a = \frac{-۱}{۳} \Rightarrow x^۲ - \frac{۸}{۳}x + \frac{۲}{۳} = ۰ \xrightarrow[\text{مختلف العلامت}]{a,c} \Delta > ۰ \quad S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(\frac{۸}{۳})}{۱} = \frac{۸}{۳} \end{cases}$$

$\alpha + ۲ = \frac{۸}{۳} \Rightarrow \alpha = \frac{۸}{۳} - \frac{۶}{۳} = \frac{۲}{۳}$