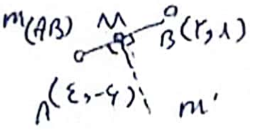
19

شهاب محقق کلاس شنبه ها - تکلیف ۱۶

سوال ۱) ②

$A(۴,-۶) , B(۲,۸) \Rightarrow x_M = \frac{۴+۲}{۲} = ۳ \quad y_M = \frac{-۶+۸}{۲} = ۱ \quad M(۳,۱)$



$m(AB) \times m' = -۱ \Rightarrow m(AB) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۸-(-۶)}{۲-۴} = \frac{۱۴}{-۲} = -۷$

$\Rightarrow m' = \frac{۱}{۷}$

$m(x-x_0) = (y-y_0) \qquad \frac{۱}{۷}(x-۳) = (y-۱) \Rightarrow \frac{۱}{۷}x - \frac{۳}{۷} + \frac{۷}{۷} = y \Rightarrow \frac{۱}{۷}x + \frac{۴}{۷} = y$ ✓

سوال ۲) ②

$C(-۱,۳) \quad B(-۴,۷) \quad A(۳,۱)$

$BC = \sqrt{(x_B-x_C)^۲+(y_B-y_C)^۲} = \sqrt{(-۴-(-۱))^۲+(۷-۳)^۲} = \sqrt{۳^۲+۴^۲} = \sqrt{۲۵} = ۵$ ✓

$m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۷-۳}{-۴-(-۱)} = \frac{۴}{-۳} \Rightarrow (x-(-۱))(\frac{۴}{-۳}) = (y-۳) \Rightarrow -\frac{۴}{۳}x - \frac{۴}{۳} + \frac{۹}{۳} = y$

$-\frac{۴}{۳}x + \frac{۵}{۳} - y = ۰$

$d_{\text{A از ضلع BC (AH)}} = \frac{|-\frac{۴}{۳}(۳)+\frac{۵}{۳}-۱|}{\sqrt{(-\frac{۴}{۳})^۲+(۱)^۲}} = \frac{|-۴+\frac{۵}{۳}-۱|}{\sqrt{\frac{۱۶}{۹}+\frac{۹}{۹}}} = \frac{|-۵+\frac{۵}{۳}|}{\frac{۵}{۳}} = \frac{|-\frac{۱۰}{۳}|}{\frac{۵}{۳}} = \frac{\frac{۱۰}{۳}}{\frac{۵}{۳}} = ۲$ ✓

$d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$

$|AH - BC| = |۲-۵| = ۳$ ✓

سوال ۳) ②٫⑤

$S = \frac{۹\pi}{۵}$

$۴y = ax + ۲ \Rightarrow ۴y - ax - ۲ = ۰$

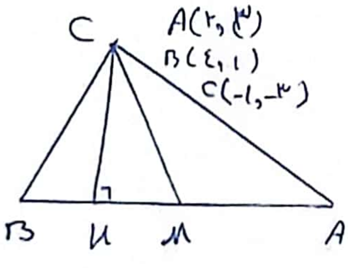
$۲y - x = ۷ \Rightarrow ۴y - ۲x - \cancel{۷}\,^{۱۴} = ۰$

$d = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$

$d = \frac{|\overset{-۱۴}{\cancel{-۷}}-(-۲)|}{\sqrt{۴^۲+(-۲)^۲}} = \frac{\cancel{۵}\ ۱۲}{\sqrt{۲۰}} = \frac{۵}{۲\sqrt{۵}} = \cancel{\frac{\sqrt{۵}}{۲}}\ \frac{۶}{\sqrt{۵}} \Rightarrow ۲r = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \Rightarrow \cancel{r = \frac{\sqrt{۵}}{۴}}\ r = \frac{۳}{\sqrt{۵}}$

$S = r^۲\pi = (\frac{\sqrt{۵}}{۴})^۲\pi = \frac{۵}{\cancel{۱۶}}$

سوال ۴) ②



$x_M = \frac{x_A+x_B}{۲} = \frac{۲+۴}{۲} = ۳ \quad y_M = \frac{y_A+y_B}{۲} = \frac{۳+۱}{۲} = ۲$

$M(۳,۲)$

$d_{(CM)} = \sqrt{(x_M-x_C)^۲+(y_M-y_C)^۲} = \sqrt{(۳-(-۱))^۲+(۲-(-۳))^۲} = \sqrt{۱۶+۲۵} = \sqrt{۴۱}$

$m_{(AB)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۳-۱}{۲-۴} = \frac{۲}{-۲} = -۱$

$(y-y_0) = m(x-x_0) \Rightarrow (y-۱) = -۱(x-۴) \Rightarrow y-۱ = -x+۴ \Rightarrow y = -x+۵$

$d_{\text{C از ضلع AB (CH)}} = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} = \frac{|-(-۱)+۵-(-۳)|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}} = \frac{۹}{\sqrt{۲}}$

طبق رابطه فیثاغورس: $CH^۲ + MH^۲ = CM^۲ \Rightarrow (\frac{۹}{\sqrt{۲}})^۲ + MH^۲ = (\sqrt{۴۱})^۲ \Rightarrow \frac{۸۱}{۲} + MH^۲ = ۴۱ \Rightarrow MH^۲ = \frac{۸۲-۸۱}{۲}$

$\Rightarrow MH^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MH = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ✓

CamScanner

$(m+۱)x-(۲m-۴)y+۱=۰ \qquad (۳m-۲)x+(۵-m)y-۷=۰$

②

$m=\dfrac{m+۱}{۲m-۴} \qquad m'=\dfrac{۳m-۲}{-۵+m}$

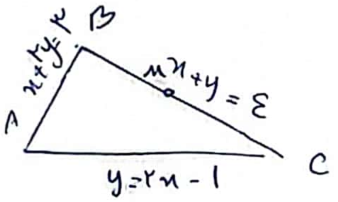
$m\times m'=-۱ \qquad \dfrac{m+۱}{۲m-۴}\times\dfrac{۳m-۲}{-۵+m}=-۱ \qquad (m+۱)(۳m-۲)=(۲m-۴)(-m+۵)$

$۳m^۲+m-۲=-۲m^۲+۶m-۲۰$

$۵m^۲ \quad ۵m+ \quad =۰$

$\xrightarrow{\Delta} \Delta<۰$ به ازای هیچ مقدار m ✓

$$\begin{cases} AB: x+۲y=۳ \\ AC: y=۲x-۱ \\ BC: x+y=۴ \end{cases}$$



وال ۴ -

②

$$\begin{cases} y=۲x-۱ \\ x+y=۴ \end{cases} \Rightarrow x+(۲x-۱)=۴ \quad ۳x-۱=۴ \quad x=\frac{۵}{۳} \Rightarrow \frac{۵}{۳}+y=\frac{۱۲}{۳} \Rightarrow y=\frac{۷}{۳}$$

$C(\frac{۵}{۳},\frac{۷}{۳})$

$$\begin{cases} x+y=۴ \\ x+۲y=۳ \end{cases} \Rightarrow ۴-y+۲y=۳ \Rightarrow y=-۱ \Rightarrow x-۱=۴ \Rightarrow x=۵ \quad B(۵,-۱)$$

$A(۱,۱)$

$$\begin{cases} x+۲y=۳ \\ y=۲x-۱ \end{cases} \Rightarrow x+۲(۲x-۱)=۳ \Rightarrow x+۴x-۲=۳ \Rightarrow ۵x=۵ \quad x=۱ \qquad y=۲(۱)-۱=۱ \quad y=۱$$

$$x_M=\frac{x_B+x_C}{۲}=\frac{\frac{۵}{۳}+\frac{۱۵}{۳}}{۲}=\frac{۲۰}{۳\times۲}=\frac{۱۰}{۳} \qquad y_M=\frac{y_C+y_B}{۲}=\frac{\frac{-۳}{۳}+\frac{۷}{۳}}{۲}=\frac{۴}{۳\times۲}=\frac{۲}{۳} \quad M(\frac{۱۰}{۳},\frac{۲}{۳})$$

$$AM=\sqrt{(x_A-x_M)^۲+(y_A-y_M)^۲}=\sqrt{(۱-\frac{۱۰}{۳})^۲+(\frac{۲}{۳}-۱)^۲}=\sqrt{(\frac{۷}{۳})^۲+(\frac{۱}{۳})^۲}=\sqrt{\frac{۵۰}{۹}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}$$

$$d=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۱(۱)+(۱)-۴|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}}=\frac{|۲-۴|}{\sqrt{۲}}=\frac{۲}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}$$

فاصله A از خط
(AH) BC

$$\frac{AM}{AH}=\frac{\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}}{\sqrt{۲}}=\frac{۵}{۳}$$ ✓

سوال ۷) (۱٫۵)

$m = -\frac{1}{2}$ $y - ax + b = 0$ $a = -\frac{1}{2} \Rightarrow y + \frac{1}{2}x + b$

$d = \left|\frac{ax_0+by_0+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right| = \frac{|a(0)+b(0)+c|}{\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(1)^2}} = \frac{|c|}{\sqrt{\frac{1}{4}+1}} = \sqrt{20} \Rightarrow \frac{|c|}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = 2\sqrt{5} \Rightarrow |c| = 2\sqrt{5} \times \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow c = \pm 5$

$\Rightarrow \begin{cases} c = 5 ✓ \Rightarrow y + \frac{1}{2}x - 5 = 0 \xrightarrow{y=0} x_1 = +10 \\ c = -5 ✓ \Rightarrow y + \frac{1}{2} + 5 = 0 \Rightarrow x_2 = -10 \end{cases}$

$\begin{cases} A(0,5) \\ B(10,0) \end{cases} \rightarrow AB = \sqrt{125}$

$|x_1 - x_2| =$ ~~$|10-(-10)| =$~~

$\begin{cases} A(0,-5) \\ B(-10,0) \end{cases} \rightarrow AB = \sqrt{125}$

سوال ۸) (۲)

$my_1 - 4x = 2m$ $y_2 + mx = x + 2$ $y_1 = y_2$

$y_1 = \frac{4}{m}x + 2$ $y_2 = x(1-m) + 2 \Rightarrow \frac{4}{m}(x) + 2 = (x)(1-m) + 2$

$\Rightarrow \frac{4}{m}(x) = (x)(1-m) \Rightarrow$ اینجا نمی‌شود x ها را بزنیم چون هر دو در صورت دو خط منطبق می‌شوند که با فرض مسئله (تشکیل مثلث و تقاطع آنها) تناقض دارد پس $x=0$

$x=0 \Rightarrow my = 2m \Rightarrow y = 2 \Rightarrow h =$ ۲ ارتفاع

حاصلضرب $= \boxed{3\times(-1) = -3}$ ✓

$y=0 \Rightarrow y = x(1-m)+2 \Rightarrow x = \frac{2}{m-1}$

$y=0,\ y \Rightarrow x = \frac{-m}{2}$

$\left|\frac{2}{m-1} - (-\frac{m}{2})\right| \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \left|\frac{4+m^2-m}{2m-2}\right| = \frac{5}{4}$

$\rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \frac{m^2-m+4}{2m-2} = \frac{5}{2} \quad m^2-m+4 = 5m-5 \Rightarrow m^2-6m+9 \Rightarrow (m-3)^2 = 0 \quad m=3 \\ \Rightarrow \frac{m^2-m+4}{-2m+2} = \frac{5}{2} \Rightarrow m^2-m+4 = -5m+5 \Rightarrow m^2+4m-1=0 \quad P = \frac{c}{a} = -1 \end{cases}$

سوال ۹) (۲)

$y = 2x - 3$ $\frac{x+x'}{2} = 2$

$x + x' = 4 \Rightarrow x = 4 - x'$

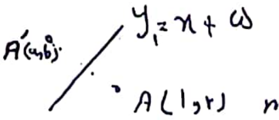
$\frac{y+y'}{2} = -2$ $y + y' = -4 \Rightarrow y = -y' - 4$

$(-y'-4) = 2(4-x') - 3 \Rightarrow -y' - 4 = 8 - 2x' - 3$ $y' = 2x' - 4 + 3 - 8$

$y' = 2x' - 9$ ✓

سوال ۱۰) (۲)

$A(1,2)$ $y_1 = x + 5$



$y \Rightarrow m = 1$ $\overset{\text{شیب}}{m'} = AA' \Rightarrow m \times m' = -1$ $\boxed{m' = -1}$

$(y_2 - y_0) = m(x - x_0) \Rightarrow y_2 - 2 = -1(x-1) \Rightarrow y_2 = -x + 3$

$y_1 = y_2 \Rightarrow -x + 3 = x + 5 \Rightarrow 2x = -2$ $\boxed{x = -1}$ $y = -(-1) + 3 = 1 + 3 = \boxed{4}$

$x_M = \frac{x_A + x_{A'}}{2}$ $y_M = \frac{y_A + y_{A'}}{2}$

$a = 2(-1) - 1 = -2 - 1 = -3$
$b = 2(4) - 2 = 8 - 2 = 6$
$\Rightarrow 2b - a = 2(6) - (-3) = 15$ ✓