ایلیا مسلمی — تکلیف شماره ۱۹ — یازدهم سپهر A

۱-

ریشه‌ها $\rightarrow x_1 , x_2 \rightarrow x_1 = ۳x_2 \Rightarrow x_1x_2 = ۳x_2^۲ = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۳}$

$$\Rightarrow x_2^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow x_2 = \begin{cases} +\frac{۲}{۳} \Rightarrow x_1 = ۲ \Rightarrow x_1+x_2 = \frac{۸}{۳} \\ -\frac{۲}{۳} \Rightarrow x_1 = -۲ \Rightarrow x_1+x_2 = -\frac{۸}{۳} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{۳} = \begin{cases} \frac{۸}{۳} \\ -\frac{۸}{۳} \end{cases} \Rightarrow \boxed{a = \pm ۸} \Rightarrow |۸-(-۸)| = \boxed{۱۶}$$

۲-

$$\alpha , \beta \Rightarrow \sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵ \Rightarrow \frac{\overbrace{\alpha+\beta}^{S}}{\underbrace{\alpha\beta}_{P}} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\underbrace{\alpha\beta}_{P}}} = ۲۵$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{m+۱۴}{۳۶}}{\frac{۱}{۳۶}} + ۲\sqrt{۳۶} = ۲۵ \Rightarrow m = -۱ \Rightarrow \xrightarrow{mx^۲+۳x+۲=۰} -x^۲+۳x+۲=۰$$

$$\Rightarrow P = \boxed{-۲}$$

۳-

$$\alpha+\beta = ۱ , \alpha\beta = -۲ \Rightarrow x^۲ - x - ۲$$

$$\begin{array}{l|l} ۴x^۳ + Kx^۲ - ۹x - ۲ & x^۲ - x - ۲ \\ \hline & ۴x + ۱ \end{array} \Rightarrow (x^۲-x-۲)(۴x+۱) = ۴x^۳ \underbrace{-۳}x^۲ - ۹x - ۲$$

$$\boxed{K = -۳}$$

۴-

$$\alpha\beta = a , \alpha+\beta = -۶ \rightarrow \beta = -۶-\alpha \rightarrow ۳\alpha^۲ + ۲(-۶-\alpha)^۲ = ۳\alpha^۲ + ۲(۳۶+۱۲\alpha+\alpha^۲) =$$

$$۵\alpha^۲ + ۲۴\alpha + ۷۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \Rightarrow ۵\alpha^۲ + ۲۴\alpha - ۱۳ = ۱۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \alpha = -۲\sqrt{۲} - ۳$$

$$\beta = -۳ + ۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \alpha\beta = a = (-۲\sqrt{۲} - ۳)(-۳ + ۲\sqrt{۲}) = ۶\sqrt{۲} - ۸ + ۹ - ۶\sqrt{۲} = \boxed{۱}$$

۵-

$$x^۲ = t \Rightarrow t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \Rightarrow x^۲ = \begin{cases} \frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲} \\ \frac{۷-\sqrt{۶۹}}{۲} \end{cases}$$ غ ق ق

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$$

$$۲P^۲ - ۳\underset{۰}{S}P + ۲S = ۲\left(-\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲ - ۰ + ۰ = \boxed{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}$$

۶-

$۰/۵ + ۰/۵ = ۱ \Rightarrow \frac{a}{۲} = \frac{-a}{۲a} + ۱ = \frac{-۱}{۲} + ۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = ۱$

$\Rightarrow ۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \rightarrow ۲x^۲ + x - ۶ = ۰ \longrightarrow x = \begin{cases} \frac{۳}{۲} \xrightarrow{+۰/۵} ۲ \\ -۲ \xrightarrow{+۰/۵} -\frac{۳}{۲} \end{cases}$

$\Rightarrow ۲x^۲ - x + b = ۰ \xrightarrow[x=۲]{} ۸ - ۲ + b = ۰ \Rightarrow b = -۶ \Rightarrow \left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[-\frac{۳}{۲}\right] = \boxed{-۲}$

۷-

$\alpha + \beta = \frac{-(-a)}{a} = ۱ \,, \alpha\beta = \frac{-b}{a}$ $a\alpha^۲ - a\alpha - b = ۰ \Rightarrow \alpha^۲ = \alpha + \frac{b}{a}$

$a\beta^۲ - a\beta - b = ۰ \Rightarrow \beta^۲ = \beta + \frac{b}{a}$

$۴۰\left(\beta + \frac{b}{a}\right) + ۲۰\left(\alpha + \frac{b}{a}\right) - ۲۰\beta = ۲۰\beta + ۲۰\alpha + ۶۰\frac{b}{a} = ۲۰(\alpha + \beta) + ۶۰\frac{b}{a}$

$= ۲۰ + ۶۰\frac{b}{a} = ۱۷ \Rightarrow ۶۰\frac{b}{a} = -۳ \Rightarrow \frac{b}{a} = -\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow \alpha\beta = \frac{۱}{۲۰}$

$(\alpha - \beta)^۲ = (\alpha + \beta)^۲ - ۴\alpha\beta = ۱ - ۴ \times \frac{۱}{۲۰} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow |\alpha - \beta| = \boxed{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$

۸-

$\left.\begin{array}{l} a + ۱ = x + (x+۲) = ۲x + ۲ \\ a = x(x+۲) = x^۲ + ۲x \end{array}\right\} \rightarrow x^۲ - ۲ = -۱ \Rightarrow x^۲ = ۱ \Rightarrow x = \begin{cases} ۱ \\ -۱ \end{cases}$ غ ق ق

$\Rightarrow a = ۳ \rightarrow x^۲ - ۱۰x + b = ۰$

$\left.\begin{array}{l} b = ۲x(۲x + ۲) = ۴x^۲ + ۸x \\ ۱۰ = ۲x + (۲x+۲) = ۴x + ۲ \end{array}\right\} b - ۱۰ = ۴x^۲ + ۴x - ۲ \xrightarrow[۲x+۲=۶]{۲x=۴} b = ۲۴$

$\Rightarrow ۲۴ - ۳ = \boxed{۲۱}$

۹-

$\alpha + \beta = -۱ \quad \alpha\beta = -۱ - m^۲ \quad \alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta = ۱ - ۲(-۱ - m^۲) =$

$= ۲m^۲ + ۳ \Longrightarrow \min = ۲ \times ۰ + ۳ = \boxed{۳}$

۱۰-

$y = a(x - (-۱)^۲ + ۱) = ax^۲ + ۲ax + ۱ + a$

$S = -۲ \quad P = \frac{۱ + a}{a} \quad \alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta = S^۲ - ۲P = ۴ - \frac{۲ + ۲a}{a} = ۵$

$\Rightarrow a = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow y = -\frac{۲}{۳}x^۲ - \frac{۴}{۳}x + \frac{۱}{۳}$

$\Rightarrow$ عرض از مبدا $= \boxed{\frac{۱}{۳}}$