رادین مکیان یازدهم A

۱-

$$S = \alpha + \beta \xrightarrow{\beta = ۳\alpha} ۴\alpha = \frac{a}{۳} \Rightarrow a = ۱۲\alpha$$

$$P = \alpha\beta \xrightarrow{\beta = ۳\alpha} ۳\alpha^۲ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \alpha = \pm\frac{۲}{۳}$$

$$a = \pm ۸ \qquad |۸ - (-۸)| = ۱۶$$

۲-

$$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^۲}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha + \beta + ۲\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta}} = \sqrt{\frac{S + ۲\sqrt{P}}{P}} \xrightarrow[P = \frac{۱}{۳۶}]{S = \frac{m+۱۴}{۳۶}}$$

$$\sqrt{\frac{\frac{m+۱۴}{۳۶} + \frac{۲}{۳۶}}{\frac{۱}{۳۶}}} = \sqrt{\frac{m+۱۶}{۱}} = ۵ \Rightarrow m + ۱۶ = ۲۵ \Rightarrow m = ۹$$

$$mx^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \Big\} \quad ۹x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \qquad P = \frac{c}{a} = \frac{۲}{۹}$$

۳-

$$\text{فرض}: \alpha > \beta \Rightarrow (\alpha + \beta)^۲ - (\alpha - \beta)^۲ = ۴\alpha\beta \Rightarrow ۱ - (\alpha - \beta)^۲ = -۸ \Rightarrow (\alpha - \beta)^۲ = ۹$$

$$\Rightarrow |\alpha - \beta| = ۳ \xrightarrow{\alpha > \beta} \alpha - \beta = ۳$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{l} \alpha + \beta = ۱ \\ \alpha - \beta = ۳ \end{array}\right\} \quad ۲\alpha = ۴ \Rightarrow \alpha = ۲ \Rightarrow \beta = -۱ \xrightarrow{\beta = -۱} -۴ + K + ۹ - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow K = -۳$$

۴-

$$۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = (۲/۵\alpha^۲ + ۲/۵\beta^۲) + (۰/۵\alpha^۲ - ۰/۵\beta^۲) = ۲/۵(\alpha^۲ + \beta^۲) + ۰/۵\underbrace{(\alpha^۲ - \beta^۲)}$$

$$= ۲/۵(S^۲ - ۲P) + ۰/۵\left(-\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right)(S) = ۲/۵(۳۶ - ۲a) + ۰/۵(-\sqrt{۳۶ - ۴a})(-۶) \qquad \alpha < \beta < ۰ \Rightarrow \alpha - \beta < ۰$$

$$= ۹۰ - ۵a + ۶\sqrt{۹ - a} = ۸۵ + ۱۲\sqrt{۲} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} ۹۰ - ۵a = ۸۵ \Rightarrow a = ۱ \\ ۶\sqrt{۹ - a} = ۶\sqrt{۸} \Rightarrow a = ۱ \end{array}\right\}$$

---

۵)

$S = ۰ \rightarrow$ اگر a ریشه باشد پس
a- هم ریشه هست

$$۲P^۲ - ۳SP + ۲S \overset{S=۰}{=} ۲P^۲$$

$$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \Rightarrow x^۲ = \frac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲} \xrightarrow{x^۲ \geq ۰} x^۲ = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \alpha = +\sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} \\ \beta = -\sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} \end{array}\right\} \quad \alpha^۲ = \beta^۲ = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}$$

$$۲P^۲ = ۲(\alpha^۲\beta^۲) = \left(\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲ \times ۲ = \frac{۱۱۸ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{۲}$$

$$= ۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$$

16

$2ax^2 + ax - 6 = 0$ $\quad S_1 = -\frac{1}{2}$ $\quad P_1 = -\frac{3}{a} \Rightarrow P_1 = -3$

$2x^2 - ax - b = 0$ $\quad S_2 = \frac{a}{2}$ $\quad P_2 = \frac{-b}{2}$

$S_2 = \alpha + 0.5 + \beta + 0.5 = \underbrace{(\alpha+\beta)}_{S_1} + 1 \Rightarrow S_1 + 1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow \boxed{a = 1}$

$P_2 = (\alpha+0.5)(\beta+0.5) = \underbrace{\alpha\beta}_{P_1} + 0.5\underbrace{(\alpha+\beta)}_{S_1} + 0.25 = -3 + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} = -3 = -\frac{b}{2}$

$\Rightarrow \boxed{b = 6}$

$\Rightarrow \left[\frac{ab}{4}\right] = \left[\frac{3}{2}\right] = 1$

17

$ax^2 - ax + b = 0 \xrightarrow{a=20} 20x^2 - 20x - b = 0 \overset{x=\alpha}{\Rightarrow} 20\alpha^2 - 20\alpha - b = 0 \Rightarrow 20\alpha^2 = 20\alpha + b$

$20\beta^2 - 20\beta - b = 0 \Rightarrow 20\beta^2 = 20\beta + b$

$\xrightarrow{\times 2} 40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17 \Rightarrow 40\beta + 2b + 20\alpha + b - 20\beta = 17 \Rightarrow 20(\alpha+\beta) + 3b = 17$

$S = \alpha + \beta = -\frac{-20}{20} = 1$ $\quad \Rightarrow 20 + 3b = 17 \Rightarrow b = -1$

$\Rightarrow |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{400-80}}{20} = \frac{\sqrt{320}}{20} = \frac{8\sqrt{5}}{20} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

18

$x^2 - (a+1)x + a = 0 \Longrightarrow x_1 = 1,\ x_2 = a \overset{\text{اگر } x_2}{\underset{\text{دو عدد فرد متوالی}}{\Longrightarrow}} x_2 = 3 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow P = a = 3$

$x^2 - (3a+1)x + b = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + b = 0 \Rightarrow (x-\alpha)(x-\beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 10,\ \alpha\beta = b \xrightarrow[\beta = 2+\alpha]{\beta, \alpha \text{ زوج متوالی}} 2\alpha + 2 = 10 \Rightarrow \alpha = 4,\ \beta = 6 \Rightarrow b = 4 \times 6 = 24$

$P = b = 24$

$\Rightarrow P_2 - P_1 = 24 - 3 = 21$

19

$\Delta \geq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow 1 + 4 + m^2 \geq 0 \Rightarrow m^2 + 5 \geq 0$ همواره برقرار

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 + 2m^2 + 2 = 2m^2 + 3 \xrightarrow[m=0]{\min m^2} \min(\alpha^2 + \beta^2) = 0 + 3 = 3$

-۱۰

$A(۳, y)$
$B(-۵, y)$ } نقاط A، B روی سهمی عرض برابری دارند $\Rightarrow x_s = \frac{x_A + x_B}{۲} = \frac{۳-۵}{۲} = -۱$ ، $y_s = +۱$ } $ext(-۱, ۱)$ ...

$\Rightarrow y = a(x+۱)^۲ + ۱ \Rightarrow y = ax^۲ + ۲ax + a + ۱$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = ۴ - ۲\left(\frac{a+۱}{a}\right) = ۵ \Rightarrow ۲\left(\frac{a+۱}{a}\right) = -۱ \Rightarrow ۲a + ۲ = -a \Rightarrow a = -\frac{۲}{۳}$

$y = -\frac{۲}{۳}x^۲ - \frac{۴}{۳}x + \frac{۱}{۳} \xrightarrow{x=۰} y = \frac{۱}{۳}$