علیرضا مومنی　　ریاضی A یازدهم　　تسری

۱)

$۳x^۲-ax+٤=۰$

$\alpha=۳\beta$

$P=\alpha\cdot\beta\to\frac{c}{a}=۳\beta\cdot\beta\to\frac{٤}{۳}=۳\beta^۲\to\beta=\frac{۲}{۳}\to\alpha=۲$

$\beta=\frac{-۲}{۳}\to\alpha=-۲\to a=-۸$

$\alpha+\beta=\frac{۸}{۳}$

$\frac{-b}{a}=\frac{۸}{۳}\to\frac{a}{۳}=\frac{۸}{۳}\to a=۸$

اختلاف مقادیر a ? $۸-(-۸)=۱۶$

---

۲)

$۳۶x^۲-(m+۱٤)x+۱=۰\to\alpha\beta=\frac{۱}{۳۶}$, $\alpha+\beta=\frac{m+۱٤}{۳۶}$

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=۵\to\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}+\frac{۲}{\sqrt{\alpha\beta}}=۲۵$　　$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+\frac{۲}{\sqrt{\alpha\beta}}=۲۵\to m+۱٤+\frac{۲}{\sqrt{\frac{۱}{۳۶}}}=۲۵$

$m=-۱$

$mx^۲-۲x+۲=۰\to$ ضرب ریشه‌ها $=\frac{c}{a}=\frac{۲}{m}\xrightarrow{m=-۱}\frac{۲}{-۱}=-۲$

---

۳)

$٤x^۳+kx^۲-۹x-۲=۰$　　$٤(-۱)^۳+k(-۱)^۲-۹(-۱)-۲=۰\to ۳+k=۰$　　$k=-۳$

$\alpha+\beta=۱$, $\alpha\beta=-۲$ } $x^۲-x-۲=۰$

$x\begin{cases}۲\\-۱\end{cases}$

$k=?\ -۳$

---

٤)

$x^۲+۶x+a=۰$　　$\beta-\alpha=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\sqrt{۳۶-٤a}$

$\alpha+\beta=-۶$　$\alpha=-\beta-۶$

$\alpha<\beta<۰$

$۳\alpha^۲+۲\beta^۲=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$　　$۲(\alpha^۲+\beta^۲)+\alpha^۲=۲((\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta)+\alpha(-\beta-۶)=۲(۳۶-۲a)+-a-۶\alpha$

$\to=۷۲-۵a+\overbrace{۳\beta+۱۸}^{-۳\alpha}-۳\alpha=۹۰-۵a+۳(\beta-\alpha)=۹۰-۵a+۳\sqrt{۳۶-٤a}$

$a=?\ ۱$

a = ۱ را جایگذاری می‌کنیم و کار در می‌دهد $\leftarrow ۱۲\sqrt{۲}+۸۵=۹۰-۵a+۳\sqrt{۳۶-٤a}$

$۱۲\sqrt{۲}=۳\sqrt{۳۶-٤a}\to ۳۶-٤a=۳۲\to a=۱$

---

۵)

$x^٤-۷x^۲-۵=۰\xRightarrow{x^۲=t}t^۲-۷t-۵=۰\to t\begin{cases}\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\ ✓\\\frac{۷-\sqrt{۶۹}}{۲}\ ✗\end{cases}$

$x^۲=\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$

$x=\pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$

$\boxed{۵۹+۷\sqrt{۶۹}}$

$\alpha=-\beta\to\alpha+\beta=۰$

$\alpha\times\beta=-\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$

$۲P^۲-\cancelto{۰}{۳SP}+\cancelto{۰}{۲S}=?$　$۲P^۲=۲\left(-\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲=\underline{۵۹+۷\sqrt{۶۹}}$

(۶

$۲x^۲ - ax + b = ۰ \quad \alpha\beta = \frac{b}{۲} = -۳ \rightarrow b = -۶$

α, β

$۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \quad a = ۱ \rightarrow ۲x^۲ + x - ۶ = ۰ \rightarrow \begin{cases} \alpha' = \frac{۳}{۲} \\ \beta' = -۲ \end{cases} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \alpha = ۲ \\ \beta = \frac{-۳}{۲} \end{matrix}\right\} \alpha\beta = -۳$

α', β'

α، β یک واحد بیشتر هست $\rightarrow \alpha + \beta - (\alpha' + \beta') = ۱ \rightarrow \frac{a}{۲} - \left(\frac{-۱}{۲}\right) = ۱ \Rightarrow a = ۱$

$\left[\frac{ab}{۴}\right] = ? \quad \left[\frac{۱\times-۶}{۴}\right] = -۲$

(۷

$ax^۲ - ax - b = ۰ \quad \alpha + \beta = \frac{-a}{-a} = ۱ \quad \begin{matrix} \beta = ۱ - \alpha \\ \alpha = ۱ - \beta \end{matrix}$

α، β ریشه‌های معادله

$۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷$

$۳۰(\beta^۲ + \alpha^۲) + ۱۰(\beta^۲ - \alpha^۲) - ۱۰\beta - ۱۰\beta = ۱۷$

$۳۰\left(۱ + \frac{۲b}{a}\right) + ۱۰(\beta - \alpha) - ۱۰\beta + ۱۰\alpha - ۱۰ = ۱۷$

$|\alpha - \beta| = ? \quad \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{\frac{۴}{۵}}}{۱} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

$۳۰ + \frac{۶۰b}{a} = ۲۷ \longrightarrow \frac{b}{a} = \frac{-۱}{۲۰} \rightarrow P = \frac{۱}{۲۰} \quad S = ۱ \quad \Big\} \; x^۲ - x + \frac{۱}{۲۰}$

$\alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

(۸

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰$

$\alpha\beta = a \quad \alpha + \beta = a + ۱ \rightarrow \beta = ۱ \quad \alpha = a \Rightarrow \alpha = a = ۳$ متوالی

ریشه‌های فرد متوالی طبیعی

$۲x - ۱ , ۲x + ۱ \rightarrow S = ۴x = a + ۱$

$\searrow P = ۴x^۲ - ۴x + ۱ = a \quad \Big\} \quad ۴x^۲ = ۲a$

$a = ۲x^۲ \,/\, a = ۴x - ۱ \rightarrow ۲x^۲ = ۴x - ۱$

$x\} \quad ۲x^۲ - ۴x + ۱ = ۰$

$x^۲ - (۳a + ۱)x + b = ۰ \quad x^۲ - ۱۰x + b = ۰$

ریشه‌های زوج متوالی $\quad \alpha' + \beta' = ۱۰ \rightarrow \alpha', \beta' = ۴, ۶ \rightarrow \alpha'\beta' = ۲۴$

ضرب ریشه‌ها - ضرب ریشه‌ها = ? $\quad ۲۴ - ۳ = ۲۱$

(۹

$x^۲ + x - (۱ + m^۲) = ۰$

$\alpha + \beta = -۱$

$\alpha\beta = -(m^۲ + ۱)$

در صورتی که $\max(\alpha\beta) \rightarrow m = ۰ , \alpha\beta = -۱$

کمترین مقدار $\alpha^۲ + \beta^۲ = ? \quad \min\left(\overbrace{(\alpha+\beta)^۲}^{۱} - ۲\alpha\beta\right) = \quad ۱ - ۲(-۱) = ۳$

(۱۰

$A\left|\begin{matrix} ۳ \\ y \end{matrix}\right. \quad B\left|\begin{matrix} -۵ \\ y \end{matrix}\right. \Rightarrow \frac{۳ - ۵}{۲} = -۱$ طول رأس سهمی

روی یک سهمی با رأس با عرض ۱ $\quad S\left|\begin{matrix} -۱ \\ ۱ \end{matrix}\right. \Rightarrow \alpha + \beta = -۲$

$(\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta = ۵ \rightarrow ۴ - ۲\alpha\beta = ۵ \rightarrow \alpha\beta = \frac{-۱}{۲}$

$x^۲ + ۲x - \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{سهمی max دارد}} -x^۲ - ۲x + \frac{۱}{۲}$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = ۵$

عرض از مبدأ = ? $\quad \frac{۱}{۲}$