۱۷,۷۵

علی غزال - کلاس ریاضی ۲

MIDHCO

۱- $2x^2+y^2-4x+6y+k=0$ ۱,۵

$\rightarrow (y+3)^2+2(x-1)^2=0=2x^2+y^2-4x+6y+10=0$ (+۹) (+۲)

$\rightarrow k=11$

۲- $f(x)=\begin{cases} x^2+4x & ; x\geq a \\ 2x+a+2 & ; x<a \end{cases}$ ۲

اگر $x=a \rightarrow a^2+4a=2a+a+2$

$a^2+a-2=0$

$(a+2)(a-1)=0$

$\rightarrow a=-2, a=1 \rightarrow f(1)=1+4=5$

۳- $f(x)=\begin{cases} 2x^2-b & ; |x+1|\geq 2 \\ a+2x & ; -3<x<-1 \end{cases}$ ۲

$\rightarrow x+1\geq 2 \rightarrow x\geq 1$
$x+1\leq -2 \rightarrow x\leq -3$

$\rightarrow$ اگر $x=-3 \rightarrow 2(-3)^2-b=a+2(-3)$

$\rightarrow 18-b=a-6 \rightarrow a+b=24$

۴- $y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x} \rightarrow b-3x\geq 0 \rightarrow 3x\leq b \rightarrow x\leq \frac{b}{3}$ ۲

$\rightarrow 6x-a\geq 0 \rightarrow 6x\geq a \rightarrow x\geq \frac{a}{6}$

$\rightarrow \frac{a}{6}=\frac{b}{3}=2 \rightarrow a=12, b=6 \rightarrow \frac{b}{a}=\frac{1}{2}$

۵ - (۲)

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x+1}{|x|-3}}+\sqrt{\dfrac{6-x}{x^2+2x+4}}$ ← $x\le 6$

$|x|-3$ ← $x\ne 3$

$x+1\ge 0$ ← $x\ge -1$

x^2+2x+4 ← همواره مثبت ← $\Delta<0$ ، $a>0$

-1 ، 3 ، 6

$\to D_f=[-1,6]-\{3\}$ ✓

ب) $\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$

$[x]-4\ge 0 \Rightarrow [x]\ge 4 \Rightarrow x\ge 4$ $\to D_f=\emptyset$ ✓

$2-[x]\ge 0 \Rightarrow [x]\le 2 \Rightarrow x<3$

---

۶ - (۲)

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}}=\sqrt{\dfrac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)}}$

-3 ، -2 ، 2 ، 3

+ - - + +

$D_f=\mathbb{R}-\{[-3,2]\cup\{3\}\}$ ✓

ب) $y=\sqrt{\dfrac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+3)(x-2)}}$

-3 ، -2 ، -1 ، 1 ، 2 ، 3

+ - + - + - +

$D_f=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$ ✓

الف) $y=\sqrt{[-x]-2} \rightarrow [-x]\geq 2 \rightarrow -x\geq 2 \rightarrow x\leq -2$ (۲)

$\rightarrow Df=(-\infty,-2]$ ✓

ب) $y=\frac{ax^2+4}{[x]^2-2[x]-3} \rightarrow ([x]-3)([x]+1)$

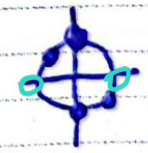
$[x]=3$ $[x]=-1$

$\rightarrow [x]\neq 3 \rightarrow x\notin [3,4)$ $\rightarrow Df=(-\infty,-1)\cup[3,4)\cup[4,+\infty)$

$[x]\neq -1 \rightarrow x\notin [-1,0)$ ✓

الف) $y=\frac{\frac{\cos x}{\sin x}+1}{\frac{\sin x}{\cos x}+1} \rightarrow \sin x\neq 0$ ✓ (۱٫۲۵) ۸

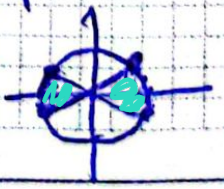
$\cos x\neq 0$ ✓ $\tan x\neq -1$ ✓



$Df=\mathbb{R}-[k\pi+\frac{3\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{4}]$ $k\in\mathbb{Z}$

ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2 x} \rightarrow 1-4\sin^2 x\geq 0$

$\rightarrow 4\sin^2 x\leq 1 \rightarrow \sin^2 x\leq \frac{1}{4} \rightarrow -\frac{1}{2}\leq \sin x\leq \frac{1}{2}$ ✓



$Df=[k\pi\pm\frac{\pi}{6}]$

$D=[k\pi-\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{4}]$

۹ـ (۱)

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}} \Rightarrow x-1>0 \Rightarrow x>1$ ✓

$\Rightarrow 1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1} \geq 0$

$\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1} \leq 1 \Rightarrow x-1 \geq \frac{1}{۲} \Rightarrow x \geq \frac{۳}{۲}$

$Df=(1,\frac{۳}{۲}]$ $[\frac{۳}{۲},+\infty)$

ب) $y=\frac{\sqrt{x^۲-x}}{1-\log_۴^{x^۲-۳x}} \Rightarrow x(x-1)$ $\begin{array}{c} 0 \quad 1 \\ + \; - \; + \end{array}$ ✓

$x^۲-۳x>0 \Rightarrow$ $\begin{array}{c} 0 \quad ۳ \\ + \; - \; + \end{array}$

$\log_۴^{x^۲-۳x} \neq 1 \Rightarrow x^۲-۳x \neq ۴ \Rightarrow x^۲-۳x-۴ \neq 0$ ✓

$(x-۴)(x+1) \neq 0$

$\begin{array}{c} -1 \quad ۴ \\ + \; - \; + \end{array}$ $D:(-\infty,0)\cup(۳,+\infty)-\{-1,۴\}$

$Df=(-\infty,0]\cup[1,+\infty)-\{-1,۴\}$

۱۰ـ (۲)

الف) $y=\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸} \Rightarrow ۲^{۴x-x^۲}-۸ \geq 0$

$\Rightarrow ۲^{۴x-x^۲} \geq ۸ \Rightarrow ۲^{۴x-x^۲} \geq ۲^۳ \Rightarrow ۴x-x^۲-۳ \geq 0 \Rightarrow x^۲-۴x+۳ \leq 0$

$(x-1)(x-۳) \leq 0$ $\begin{array}{c} 1 \quad ۳ \\ + \; - \; + \end{array}$ $\Rightarrow Df=[1,۳]$ ✓

ب) $\left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)! \Rightarrow \frac{3x+5}{4x+12} \leq k$

$\Rightarrow x \leq \frac{5-4k}{2k-3}$ $\Rightarrow Df = \left\{x \mid x \leq \frac{5-4k}{2k-3}, k \in \mathbb{W}\right\}$ ✓