نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره یک، کلاس [illegible] A

۲۰

**۱**

برای اینکه تابع ناتهی باشد، باید دو ویژگی ایجاد شود که هر دو نامنفی باشند و در نتیجه فقط یک نقطه در آن صدق کند:

$$2x^2+y^2-4x+6y+K=0$$

$$2(x^2-2x)+y^2+6y+K=0$$

$$2(x^2-2x+1)+(y^2+6y+9)-11+K=0$$

$$2(x-1)^2+(y+3)^2+(K-11)=0$$

باید $K=11$ باشد تا تنها نقطه $(1,-3)$ در آن صدق کند.

$$\xrightarrow{K=11} 2(x-1)^2+(y+3)^2=0 \Rightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\boxed{K=11}$$

اگر $K>11$ باشد مجموعه تهی است؛ اگر $K<11$ باشد مجموعه تابع نیست.

۲

**۲**

$f$ تابع است پس باید به ازای $x=a$، تنها یک مقدار بدهد:

$$a^2+2a=3a+2 \Rightarrow a^2+a-2=0 \Rightarrow (a+2)(a-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-2 \end{cases}$$ غ ق ق

$$\xRightarrow{a>0} \boxed{a=1} \to f(x)=\begin{cases} x^2+4x \; ; & x\geq 1 \\ 2x+3 \; ; & x\leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{f(1)=5}$$

۲

**۳**

$$|x+1|\geq 2 \Rightarrow \begin{matrix} x+1\geq 2 \Rightarrow x\geq 1 \\ x+1\leq -2 \Rightarrow x\leq -3 \end{matrix} \to f(x)=\begin{cases} 2x^2-b \; ; & x\geq 1,\ x\leq -3 \\ 2x+a \; ; & -3\leq x\leq 1 \end{cases}$$

$f$ تابع است پس باید به ازای $x=-3$ تنها یک مقدار بدهد

$$\Rightarrow 18-b=-6+a \Rightarrow \boxed{a+b=24}$$

۲

**۴**

$$\sqrt{6x-a} \Rightarrow 6x-a\geq 0 \Rightarrow x\geq \frac{a}{6}$$

$$\sqrt{b-3x} \Rightarrow b-3x\geq 0 \Rightarrow x\leq \frac{b}{3}$$

تابع تنها به ازای $x=2$ تعریف می‌شود

$$\Rightarrow \frac{a}{6}=\frac{b}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{b}{a}=\frac{1}{2}}$$

(I) $D_f=\emptyset$ غ ق ق

(II) $D_f=[\frac{a}{6},\frac{b}{3}]$ غ ق ق

(III) $D_f=\{\frac{a}{6}\}$ یا $D_f=\{\frac{b}{3}\}$

۲

**۵**

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\dfrac{6-x}{x^2+2x+4}}$

$\dfrac{x+1}{|x-3|}\geq 0$

$\dfrac{6-x}{x^2+2x+4}\geq 0$ ، $a>0$ ، $\Delta<0$ ⇒ $+$

$$\xRightarrow{\cap} D_f=[-1,3)\cup(3,6]$$

۲

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$

$$[x]-4\geq 0 \Rightarrow [x]\geq 4 \Rightarrow x\geq 4$$

$$2-[x]\geq 0 \Rightarrow [x]\leq 2 \Rightarrow x<3$$

$$\xRightarrow{\cap} D_f=\emptyset$$

پارسا جهانگیری — پاسخنامه سری A — ۲

۶

الف) $y=\sqrt{\frac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \to \frac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}\geq 0 \Rightarrow \frac{(x-3)(x+2)}{(x^2-4)(x^2-9)}\geq 0 \Rightarrow \frac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)}\geq 0$

$\Rightarrow \frac{-3 \quad -2 \quad 2 \quad 3}{+ \quad - \quad - \quad + \quad +} \Rightarrow D_f=(-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

ب) $y=\sqrt{\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}} \to \frac{(x-1)(x^2-x-6)}{(x+1)(x^2+x-6)}\geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+3)(x-2)}\geq 0$ ۲

$\frac{-3 \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad 3}{+ \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad +} \Rightarrow D_f=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

۷

الف) $y=\sqrt{[-x]-2} \to [-x]-2\geq 0 \Rightarrow [-x]\geq 2 \Rightarrow x\leq -2 \Rightarrow D_f=(-\infty,-2]$ ۲

ب) $y=\frac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3} \to [x]^2-2[x]-3\neq 0 \Rightarrow ([x]-3)([x]+1)\neq 0$

$\Rightarrow \begin{cases}[x]\neq 3 \Rightarrow x\neq[3,4)\\ [x]\neq -1 \Rightarrow x\neq[-1,0)\end{cases} \Rightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup[0,3)\cup[4,+\infty)$

۸

الف) $y=\frac{\cot x+1}{\tan x+1}=\frac{\frac{\cos x}{\sin x}+1}{\frac{\sin x}{\cos x}+1} \Rightarrow \begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\\ \tan x\neq -1 \Rightarrow x\neq\{k\pi-\frac{\pi}{4}\}\end{cases} \Rightarrow x\neq\{\frac{k\pi}{2}\}$ ۲

$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{2},k\pi-\frac{\pi}{4}\}$

ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2 x} \to 1-4\sin^2 x\geq 0 \Rightarrow \sin^2 x\leq\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2}\leq\sin x\leq\frac{1}{2}$

$\Rightarrow D_f=[2k\pi-\frac{\pi}{6},2k\pi+\frac{\pi}{6}]\cup[2k\pi+\frac{5\pi}{6},2k\pi+\frac{7\pi}{6}] \to D_f=[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{6}]$

۹

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}} \to x>1\ (I) \to 1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\leq 1 \Rightarrow x-1\geq\frac{1}{2}$ ۲

$\Rightarrow x\geq\frac{3}{2}\ (II) \xrightarrow{(I)\cap(II)} \boxed{D_f=[\frac{3}{2},+\infty)}$

ب) $y=\frac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}} \to x^2-x\geq 0 \Rightarrow x(x-1)\geq 0 \Rightarrow \frac{0 \quad 1}{+ \quad - \quad +} \Rightarrow (-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

$x^2-3x>0$, $\frac{0 \quad 3}{+ \quad - \quad +}$ (I) $(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$

$\to \log_4^{x^2-3x}\neq 1 \Rightarrow x^2-3x\neq 4 \Rightarrow x^2-3x-4\neq 0 \Rightarrow (x+1)(x-4)\neq 0 \Rightarrow x\neq -1,4$

$\Rightarrow (-\infty,-1)\cup(-1,0]\cup[1,4)\cup(4,+\infty)\ (II) \xRightarrow{(I)\cap(II)} D_f=(-\infty,-1)\cup(-1,0)\cup(3,4)\cup(4,+\infty)$

۱۰

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8} \Rightarrow 2^{4x-x^2}-8\geq 0 \Rightarrow 2^3(2^{-x^2+4x-3}-1)\geq 0$

$\xRightarrow{\div 8} 2^{-x^2+4x-3}-1\geq 0 \Rightarrow 2^{-x^2+4x-3}\geq 1 \Rightarrow -x^2+4x-3\geq 0 \xRightarrow{\times(-1)} x^2-4x+3\leq 0 \Rightarrow (x-3)(x-1)\leq 0$ ۲

$\Rightarrow \frac{1 \quad 3}{+ \quad - \quad +} \Rightarrow D_f=[1,3]$

ب) $y=(\frac{3x+5}{2x+4})! \Rightarrow \frac{3x+5}{2x+4}\in\mathbb{W} \Rightarrow x=-\frac{4W-5}{2W-3}=\frac{-4W+5}{2W-3}$

$\Rightarrow D_f=\{x|x=\frac{-4k+5}{2k-3},k\in\mathbb{W}\}$