

۱۹, ۲۵

سوال ۱ -

$$x^2 + y^2 - 4x + 4y + k = 0$$

$$\Rightarrow x(x-4) + y^2 + 4y + k = 0$$

$$\Rightarrow k = 4 + 4 = 8$$

برای آن نقطه تبدیل کنیم
مردم به عبارت
را به صورت مربع
توانیم

$$x(x-4) + 4 + y^2 + 4y + 4 = 0$$

$$x(x-4+4) + (y+2)^2 = 0 \Rightarrow x(x-1) + (y+2)^2 = 0$$

برای آن نقطه تبدیل کنیم

سوال ۲ -

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & ; x > 1 \\ x + a + 2 & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 + 4a = 2a + a + 2$$

$$a^2 + 4a - 2a = 0 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases} \checkmark$$

سوال ۳ -

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & ; x > 1 \\ x + 2 & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(1) = (1)^2 + 4(1) = 5 \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - b & ; |x+1| > 2 \\ a + 2x & ; -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1 > 2 & x > 1 \\ x+1 \leq -2 & x \leq -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = -3 \Rightarrow (-3)^2 - b = a + 2(-3) \Rightarrow a + b = 2 \checkmark$$

سوال ۴ -

$$y = \sqrt{9x-4} + \sqrt{b-3x}$$

$$D_f = \{2\} \Rightarrow$$

$$9(2) - 4 = 0 \Rightarrow a = 12$$

$$b - 3(2) = 0 \Rightarrow b = 6$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

کار به دو عبارت ۲ است
چون دو عبارت یک می
همیشه دارند پس بتواند یک
درجه اشتراک دارند

$$\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$$

سوال ۵ -

$$y = \sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}} + \sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+1}}$$

$$\frac{x+1}{|x-3|} \geq 0 \quad x \neq 3 \quad (I)$$

$$x+1 \geq 0 \quad x \neq 3 \quad (II) \Rightarrow x > -1, x \neq 3$$

$$\frac{4-x}{x^2+2x+1} \geq 0 \Rightarrow x^2+2x+1 \Rightarrow 0 = (x+1)^2 - 4(1) = -12 < 0$$

$$4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \quad I$$

$$\Rightarrow I \cap II \Rightarrow -1 \leq x \leq 4, x \neq 3 \Rightarrow [-1, 3) \cup (3, 4] \checkmark$$

$$ج) y = \sqrt{[x] - 2} + \sqrt{2 - [x]}$$

$$\begin{aligned} [x] - 2 \geq 0 & \quad [x] \geq 2 & x \geq 2 & \text{I} & \text{II} \\ 2 - [x] \geq 0 & \quad [x] \leq 2 & x \leq 2 & \text{II} & \text{I} \end{aligned} \Rightarrow \emptyset \quad \checkmark$$

سوال ٦ -

$$الف) y = \sqrt{\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 13x + 36}} \quad \rho(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 13x + 36} \quad \gamma_0: \frac{(x-3)(x+2)}{(x^2-9)(x^2-9)} \quad \gamma_1:$$

$$\frac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)} \quad \gamma_1: \quad \begin{array}{c|cccc} x & -3 & -2 & 2 & 3 \\ \hline \rho(x) & + & - & - & + \end{array}$$

مجموع ضرایب
در عبارت
تغییر می‌کند

$$D_f = (-\infty, -3) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty) \quad \checkmark$$

٢

$$ب) y = \sqrt{\frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}} \quad \rho(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} \quad \gamma_0: \frac{(x-1)(x^2-x-6)}{(x+1)(x^2+x-6)} \quad \gamma_1:$$

$$\frac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+3)(x-2)} \quad \gamma_1: \quad \begin{array}{c|cccc} x & -3 & -2 & -1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \rho(x) & + & - & + & - & + & - \end{array}$$

مجموع ضرایب
در عبارت
تغییر می‌کند

$$D_f = (-\infty, -3) \cup [-2, -1) \cup [1, 2) \cup [3, +\infty) \quad \checkmark$$

سوال ٧ -

$$الف) y = \sqrt{[-x] - 2} \quad [-x] - 2 \geq 0 \quad [-x] \geq 2 \quad x \leq -2 \quad \checkmark$$

١, ٧, ٥

$$ب) y = \frac{5x^2 + 6}{[x]^2 - 2[x] - 3}$$

$$\begin{aligned} [x]^2 - 2[x] - 3 &\neq 0 & ([x] - 3)([x] + 1) &\neq 0 \\ [x] &\neq 3 & \Rightarrow 3 < x < 4 \\ [x] &\neq -1 & \Rightarrow -1 < x < 0 \end{aligned}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{[3, 4) \cup [-1, 0)\} \quad \checkmark$$

سوال ۸-
الف) $y = \frac{\tan x + 1}{\tan x + 1}$ $\tan x \neq -1$ $D_f = \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{2}, \frac{k\pi}{2} \right\}$ ✓

نقطه $\tan x$ و $\cot x$ در ربع اول و سوم همزمان می‌باشد.

ب) $y = \sqrt{1 - \varepsilon \sin^2 x}$ $1 - \varepsilon \sin^2 x \geq 0$ $\varepsilon \sin^2 x \leq 1$ $\sin^2 x \leq \frac{1}{\varepsilon}$ $-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \leq \sin x \leq \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$

$D_f = \left[k\pi - \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}}, k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \right]$ ✓

سوال ۹-

الف) $y = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{2}} x}$ $1 - \log_{\frac{1}{2}} x \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x \leq 1$ $x - 1 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$ (II)
 $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$ (I)
 $\frac{I \cap II}{\Rightarrow} x \geq \frac{3}{2}$ ✓

ب) $y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_{\frac{1}{2}} x}$ $x^2 - x \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{x+1} \geq \frac{1}{x+1}$ $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$ I

$1 - \log_{\frac{1}{2}} x \neq 0$ $\log_{\frac{1}{2}} x \neq 1$ $\log_{\frac{1}{2}} x = 1 \Rightarrow x = 2$
 $x^2 - x - \varepsilon = 0$
 $(x - \varepsilon)(x + 1) = 0$
 $\frac{1}{2} - \varepsilon \leq \frac{1}{2} - 1$ (II)
 $\mathbb{R} - \{-\varepsilon, -1\}$

$I \cap II \cap III$

$D_f = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) - \{-1, -\varepsilon\}$ ✓

الف) $y = \sqrt{\varepsilon x - x^2} - 1$

$\varepsilon x - x^2 \geq 0$

$\varepsilon - x \geq 0$

$\varepsilon - x \geq 0$

$D = [1, \varepsilon]$

$x^2 \leq 1$ $-1 \leq x \leq 1$

ب) $y = \left(\frac{x + \omega}{x + \varepsilon} \right)!$ $D_f = \left\{ x \mid x = -\frac{\varepsilon k - \omega}{\varepsilon k - \varepsilon}, k \in \mathbb{W} \right\}$ ✓

$\frac{x + \omega}{x + \varepsilon} \in \mathbb{W} \Rightarrow -\frac{\varepsilon \omega - \omega}{\varepsilon \omega - \varepsilon} \in \mathbb{W}$

سوال ۸ -

الف) $y = \frac{C_n + 1}{C_{n+1} + 1}$ $C_{nn} \neq -1$ $D_f = \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{\varepsilon}, \frac{k\pi}{r} \right\}$

نقطه C_n و C_{n+1} در یک خط عمود بر محور قرار دارند.

ب) $y = \sqrt{1 - \varepsilon \sin^2 x}$ $1 - \varepsilon \sin^2 x \geq 0$ $\varepsilon \sin^2 x \leq 1$ $\sin^2 x \leq \frac{1}{\varepsilon}$ $-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \leq \sin x \leq \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$

$D_f = \left[k\pi - \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}}, k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \right]$

سوال ۹ -

الف) $y = \sqrt{1 - \log \frac{x-1}{r}}$ $1 - \log \frac{x-1}{r} \geq 0 \Rightarrow \log \frac{x-1}{r} \leq 1$ $x-1 \geq \frac{1}{r}$ $x \geq \frac{1}{r} + 1$ (II)
 $x-1 > 0 \rightarrow x > 1$ (I)
 $I \cap II \Rightarrow x \geq \frac{1}{r} + 1$

ب) $y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log x^{r-1}}$ $x^2 - x \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{x+1} \geq 0$ $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$ I
 $1 - \log x^{r-1} \neq 0$ $\log x^{r-1} \neq 1$ $x^{r-1} \neq e$ $x \neq e^{\frac{1}{r-1}}$ (III)
 $x^2 - x - \varepsilon = 0$ $(x - \varepsilon)(x + 1) = 0$ $x = \varepsilon$ or $x = -1$ (II)
 $\mathbb{R} - \{-1, \varepsilon\}$

$I \cap II \cap III \Rightarrow D_f = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) - \{-1, \varepsilon\}$

سوال ۱۰ -

الف) $y = \sqrt{x^2 - x^r - 1}$ $x^2 - x^r - 1 \geq 0$ $x^2 - x^r \geq 1$ $x^2 \geq 1$ $-1 \leq x \leq 1$

ب) $y = \left(\frac{r_{n+1} \omega}{r_{n+1} \varepsilon} \right)!$ $D_f = \left\{ x \mid x = -\frac{\varepsilon k - \omega}{r_{k-r}}, k \in W \right\}$

$\frac{r_{n+1} \omega}{r_{n+1} \varepsilon} \in W \Rightarrow -\frac{\varepsilon \omega - \omega}{r_{\omega-r}} \in W$