

سوال ۱ -

$$x^2 + y^2 - 4x + 4y + k = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + y^2 + 4y + k = 0$$

$$\Rightarrow k = 2 + 9 = 11$$

برای آن نقطه تبدیل کنیم

مردم به عبارتی
را به صورت مربع
می نویسند

$$x^2 - 4x + y^2 + 4y + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 4y + 4 = -9 \Rightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 = -9$$

این یک دایره با مرکز (۲، -۲) و شعاع ۳ است

سوال ۲ -

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & ; x > 1 \\ x + a + 2 & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 + 4a = 2a + a + 2$$

$$a^2 + 4a - 2a = 0 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases} \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & ; x > 1 \\ x + 1 & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(1) = (1)^2 + 4(1) = 5$$

سوال ۳ -

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - b & ; |x+1| > 2 \\ a + 2x & ; -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1 > 2 & x > 1 \\ x+1 \leq -2 & x \leq -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = -3 \Rightarrow (-3)^2 - b = a + 2(-3) \Rightarrow a + b = 2$$

$$y = \sqrt{9x-4} + \sqrt{b-3x}$$

سوال ۴ -

$$D_f = \{2\} \Rightarrow \begin{cases} 9(2) - 4 = 0 \Rightarrow a = 12 \\ b - 3(2) = 0 \Rightarrow b = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

کار به دو عبارت ۲ است
چون دو عبارت یک می باشد
همیشه دارند پس تنها در یک نقطه
(در این اشتراک دارند)

$$\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$$

$$y = \sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}} + \sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+1}}$$

سوال ۵ -

$$\frac{x+1}{|x-3|} > 0 \quad x \neq 3 \quad (I) \quad x+1 > 0 \quad x > -1 \quad (II) \Rightarrow x > -1, x \neq 3 \quad (III)$$

$$\frac{4-x}{x^2+2x+1} > 0 \Rightarrow x^2+2x+1 \Rightarrow \Delta = (2)^2 - 4(1) = 0 \Rightarrow x = -1 \quad I$$

$$\frac{4-x}{x^2+2x+1} > 0 \Rightarrow x < 4 \quad I \Rightarrow [-1, 4) \cup (3, 4]$$

$$ج) y = \sqrt{[n] - 2} + \sqrt{2 - [n]}$$

$$\begin{aligned} [n] - 2 \geq 0 & \quad [n] \geq 2 & n \geq 2 & \text{I} & \text{II} \\ 2 - [n] \geq 0 & \quad [n] \leq 2 & n \leq 2 & \text{II} & \Rightarrow \emptyset \end{aligned}$$

سوال ٦ -

$$الف) y = \sqrt{\frac{x^2 - n - 6}{x^2 - 13x + 36}} \quad \rho(x) = \frac{x^2 - n - 6}{x^2 - 13x + 36} \quad \gamma_1: \frac{(n-3)(n+2)}{(n^2-6)(n^2-9)} \quad \gamma_2:$$

$$\frac{(n-3)(n+2)}{(n-2)(n+2)(n-3)(n+3)} \quad \gamma_1: \quad \begin{array}{c|cccc} x & -3 & -2 & 2 & 3 \\ \hline \rho(x) & + & - & - & + \end{array}$$

مجموع ضرایب
در علامت هر
بخش مثبت است

$$D_f = (-\infty, -3) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$$

$$ب) y = \sqrt{\frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}} \quad \rho(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} \quad \gamma_1: \frac{(n-1)(n^2-n-6)}{(n+1)(n^2+n-6)} \quad \gamma_2:$$

$$\frac{(n-1)(n-3)(n+2)}{(n+1)(n+3)(n-2)} \quad \gamma_1: \quad \begin{array}{c|cccccc} x & -3 & -2 & -1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \rho(x) & + & - & + & - & + & - \end{array}$$

مجموع ضرایب
در علامت هر
بخش مثبت است

$$D_f = (-\infty, -3) \cup [-2, -1) \cup [1, 2) \cup [3, +\infty)$$

سوال ٧ -

$$الف) y = \sqrt{[-n] - 2} \quad [-n] - 2 \geq 0 \quad [-n] \geq 2 \quad n \leq -2$$

$$ب) y = \frac{5x^2 + 6}{[x]^2 - 2[x] - 3} \quad [x]^2 - 2[x] - 3 \neq 0 \quad ([x] - 3)([x] + 1) \neq 0$$

$$[x] = 3 \Rightarrow 3 \leq x < 4$$

$$[x] = -1 \Rightarrow -1 \leq x < 0$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{[3, 4) \cup [-1, 0)\}$$

سوال ۸ -

الف) $y = \frac{\tan x + 1}{\tan x + 1}$ $\tan x \neq -1$ $D_f = \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{2}, \frac{k\pi}{2} \right\}$

نقطه $\tan x$ و $\cot x$ در ربع دوم و چهارم قرار می‌گیرد.

ب) $y = \sqrt{1 - \varepsilon \sin^2 x}$ $1 - \varepsilon \sin^2 x \geq 0$ $\varepsilon \sin^2 x \leq 1$ $\sin^2 x \leq \frac{1}{\varepsilon}$ $-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \leq \sin x \leq \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$

$D_f = \left[k\pi - \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}}, k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \right]$

سوال ۹ -

الف) $y = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{2}} x}$ $1 - \log_{\frac{1}{2}} x \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x \leq 1$ $x - 1 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$ (II)
 $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$ (I)
 $I \cap II \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$

ب) $y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_{\frac{1}{2}} x}$ $x^2 - x \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{x+1} \geq \frac{1}{x+1}$ $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$ I

$1 - \log_{\frac{1}{2}} x \neq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x \neq 1 \Rightarrow x \neq \frac{3}{2}$
 $D_f = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ III
 $I \cap II \cap III \Rightarrow D_f = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$
 $x^2 - x - \varepsilon = 0$
 $(x - \varepsilon)(x + 1) = 0$
 $\frac{1}{2} - \varepsilon \leq \frac{1}{2} - 1$ (II)
 $\mathbb{R} - \{-\varepsilon, -1\}$

سوال ۱۰ -

الف) $y = \sqrt{\varepsilon x - x^2}$ $\varepsilon x - x^2 \geq 0$ $\varepsilon - x \geq 0$ $x \leq \varepsilon$

$\varepsilon - x^2 \geq 0$ $x \leq \sqrt{\varepsilon}$

$x^2 \leq 1$ $-1 \leq x \leq 1$

ب) $y = \left(\frac{x_{n+1}}{x_{n+2}} \right)!$ $D_f = \left\{ x \mid x = -\frac{\varepsilon k - \omega}{r_{k-1}}, k \in \mathbb{W} \right\}$

$\frac{x_{n+1}}{x_{n+2}} \in \mathbb{W} \Rightarrow -\frac{\varepsilon \omega - \omega}{r_{\omega-1}} \in \mathbb{N}$

سوال ۸ -

الف) $y = \frac{C_{n+1}}{C_n + 1}$ $C_n \neq -1$ $D_f = \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{\varepsilon}, \frac{k\pi}{\varepsilon} \right\}$

نقطه C_n و C_{n+1} در یک خط عمود بر محور قرار دارند.

ب) $y = \sqrt{1 - \varepsilon \sin^2 x}$ $1 - \varepsilon \sin^2 x \geq 0$ $\varepsilon \sin^2 x \leq 1$ $\sin^2 x \leq \frac{1}{\varepsilon}$ $-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \leq \sin x \leq \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$

$D_f = \left[k\pi - \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}}, k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \right]$

سوال ۹ -

الف) $y = \sqrt{1 - \log \frac{x-1}{x}}$ $1 - \log \frac{x-1}{x} \geq 0 \Rightarrow \log \frac{x-1}{x} \leq 1$ $x-1 \geq \frac{1}{x}$ $x \geq \frac{x}{x-1}$ $x \geq \frac{x}{x-1} \Rightarrow x \geq \frac{x}{x-1} \Rightarrow x(x-1) \geq x \Rightarrow x^2 - x \geq x \Rightarrow x^2 - 2x \geq 0 \Rightarrow x(x-2) \geq 0$ $x \geq 2$ $x > 1 \Rightarrow x > 1$ (I)

ب) $y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log x^{x^2 - x}}$ $x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$ $1 - \log x^{x^2 - x} \neq 0 \Rightarrow \log x^{x^2 - x} \neq 1$ $x^{x^2 - x} \neq e$ $x^2 - x \neq 1$ $x^2 - x - 1 \neq 0$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ (III)

$I \cap II \cap III \Rightarrow D_f = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) - \left\{ \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right\}$

$x^2 - x - 1 = 0$
 $(x-1)(x+1) = 0$
 $x = 1$ or $x = -1$ (II)
 $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

سوال ۱۰ -

الف) $y = \sqrt{x^2 - x^2 - 1}$ $x^2 - x^2 - 1 \geq 0$ $-1 \geq 0$ $x^2 - x^2 \geq 1$ $0 \geq 1$ $x^2 \leq 1$ $-1 \leq x \leq 1$

ب) $y = \left(\frac{x_{n+1}}{x_{n+1} - \varepsilon} \right)!$ $D_f = \left\{ x \mid x = -\frac{\varepsilon k - \omega}{x_{k-1}}, k \in \mathbb{W} \right\}$

$\frac{x_{n+1}}{x_{n+1} - \varepsilon} \in \mathbb{W} \Rightarrow -\frac{\varepsilon \omega - \omega}{x_{\omega} - \varepsilon} \in \mathbb{N}$