راه‌حل مکلیان یازدهم

۱-

$\frac{۱}{x-۱} = |x-۱|$

$x \geq ۱ \Rightarrow \frac{۱}{x-۱} = x-۱ \xRightarrow{x \neq ۱} (x-۱)^۲ = ۱ \Rightarrow x = ۰ , ۲$

$x < ۱ \Rightarrow \frac{۱}{x-۱} = -x+۱ \xRightarrow{x \neq ۱} -(x-۱)^۲ = ۱ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۲ = ۰$

$\Delta < ۰$

جواب ندارد

۲-

الف) $\left|\frac{۲x-۱}{x}\right| < ۲ \Rightarrow \frac{|۲x-۱|}{|x|} < ۲ \xRightarrow{|x|>۰} |۲x-۱| < ۲|x|$

$\Rightarrow (|۲x-۱|)^۲ < (۲|x|)^۲ \Rightarrow ۴x^۲ - ۴x + ۱ < ۴x^۲ \Rightarrow ۴x > ۱ \Rightarrow x > \frac{۱}{۴}$

ب) $\left|\frac{x-۲}{۲x+۱}\right| > ۱ \Rightarrow \frac{|x-۲|}{|۲x+۱|} > ۱ \Rightarrow |x-۲| > |۲x+۱| \Rightarrow (|x-۲|)^۲ > (|۲x+۱|)^۲$

$\Rightarrow x^۲ - ۴x + ۴ > ۴x^۲ + ۴x + ۱ \Rightarrow x = -\frac{۹}{۳} , \frac{۱}{۳} \Rightarrow D_f = (-\infty , -۳) \cup (\frac{۱}{۳} , +\infty)$

سوال ۳

$x^۲ < |x+۶| \xRightarrow{x \geq -۶} x^۲ < x+۶ \Rightarrow x^۲ - x - ۶ < ۰ \Rightarrow (x-۳)(x+۲) < ۰$

	-۲		۳	
+		-		+

$|x-\alpha| < \beta \Rightarrow -\beta < x-\alpha < \beta \qquad \Rightarrow x \in (-۲ , ۳)$

$\alpha - \beta < x < \alpha + \beta \quad \begin{cases} \alpha + \beta = ۳ \\ \alpha - \beta = -۲ \end{cases} \Rightarrow ۲\alpha = ۱ \Rightarrow \alpha = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \beta = \frac{۵}{۲}$

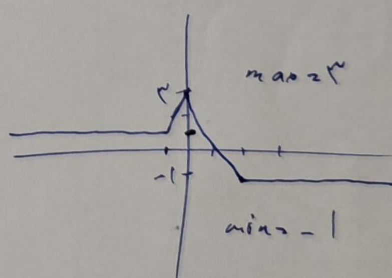
۴-

$x \geq ۲ ; \ (x+۱) - (۲x) + (x-۲) = -۱$

$۰ < x < ۲ ; \ (x+۱) - (۲x) - (x-۲) = -۲x + ۳$

$-۱ < x \leq ۰ \quad (x+۱) + (۲x) - (x-۲) = ۲x + ۳$

$x \leq -۱ , \quad -(x+۱) + (۲x) - (x-۲) = +۱$



جمع $= ۳ + (-۱) = ۲$

۵. $y = |\frac{1}{2}x| - 1 \xrightarrow[\text{xهای منفی}]{\text{۴ واحد به طرف}} |\frac{1}{2}(x+4)| - 2 \xrightarrow[\text{yهای مثبت}]{\text{یک واحد}} y = |\frac{1}{2}(x+4)| - 2 + 1$

$y = y'$: $|\frac{1}{2}x| - 2 = |\frac{1}{2}x + 2| - 1 \Longrightarrow \underbrace{|\frac{1}{2}x| - |\frac{1}{2}x + 2|}_{y} = \underset{\tilde{y}}{1}$

$$y = \begin{cases} x \geq 0 : (\frac{1}{2}x) - (\frac{1}{2}x + 2) = -2 \\ -4 < x < 0 : -(\frac{1}{2}x) - (\frac{1}{2}x + 2) = -x - 2 \\ x \leq -4 : -(\frac{1}{2}x) + (\frac{1}{2}x + 2) = 2 \end{cases}$$

$\tilde{y} = 1 \quad -x - 2 = 1 \Rightarrow x = -3$

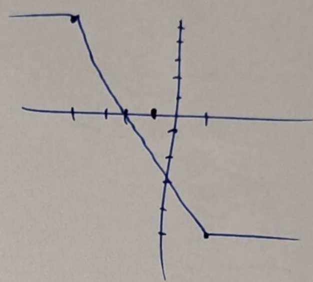
---

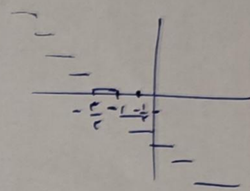
۶. الف) $f(x) = [|1-x| - |x+4|]$

$x \geq 1 : (x-1) - (x+4) = -5$

$-4 \leq x < 1 \quad -(x-1) - (x+4) = -2x - 3$

$x \leq -4 \quad -(x-1) + (x+4) = 5$





$= \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

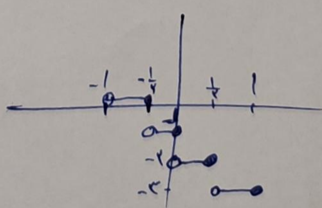
ب) $f(x) = \frac{1}{x} - [\frac{x+1}{x}] = \frac{1}{x} - [1 + \frac{1}{x}] = \frac{1}{x} - [\frac{1}{x}] + 1$

$0 \leq \frac{1}{x} - [\frac{1}{x}] < 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{1}{x} - [\frac{1}{x}] + 1 < 2 \Rightarrow R_f = [1, 2)$

---

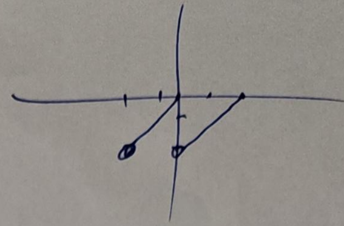
۷. الف) $y = [-2x] - 1 \quad x \in (-1, 1)$

$$\begin{cases} -1 < x \leq -\frac{1}{2} : 1 - 1 = 0 \\ -\frac{1}{2} < x \leq 0 : 0 - 1 = -1 \\ 0 < x \leq \frac{1}{2} : -1 - 1 = -2 \\ \frac{1}{2} < x \leq 1 : -2 - 1 = -3 \end{cases}$$



ب) $x-2[\frac{x}{2}]$ $\quad x\in(-2,2)$

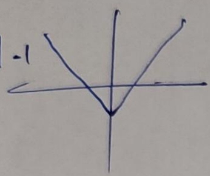
$2(\frac{x}{2})-2[\frac{x}{2}]=2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])$



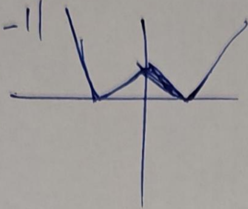
سوال ۸

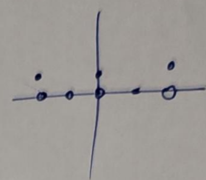
الف) $y=[||x|-1|]$ $\quad x\in[-2,2]$

$|x|-1$



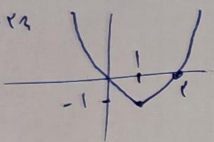
$||x|-1|$





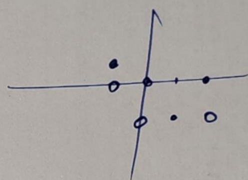
ب) $y=[x^2-2x]$ $\quad x\in[-1,2]$

x^2-2x



$x_s=-\frac{b}{2a}=1$

$y_s=-1$



سوال ۹

$a+[b]=4.2 \longrightarrow [a]+[b]=4 \Rightarrow 2[b]=6 \Rightarrow [b]=3$

$b-[a]=2.6 \longrightarrow [b]-[a]=2$ $\quad [a]+3=4 \Rightarrow [a]=1$

$\left.\begin{array}{l} a=1+0.2=1.2 \\ b=3+0.6=3.6 \end{array}\right\} \Rightarrow a+b=4.8$

سوال ۱۰

$(1+\sqrt{2})^4+(1-\sqrt{2})^4=198$ $\quad [(1+\sqrt{2})^4]=?$

$(1+\sqrt{2})^4=t$ $\quad t+\frac{1}{t}=198 \Rightarrow t^2-198t+1=0 \Rightarrow t=\frac{198\pm\sqrt{198^2-4}}{2} \Rightarrow t=\frac{198\pm140\sqrt{2}}{2}$

$\frac{1}{t}=\frac{1}{(1+\sqrt{2})^4}=\frac{(\sqrt{2}-1)^4}{(2-1)^4}=(\sqrt{2}-1)^4$

$=99\pm70\sqrt{2}$

$\longrightarrow \sqrt{2}\simeq1.41 \Rightarrow 99+70\times1.41=197.7$

$[197.7]=197$