

$$S_{BCE} = \frac{1}{2} \times BC \times EH$$

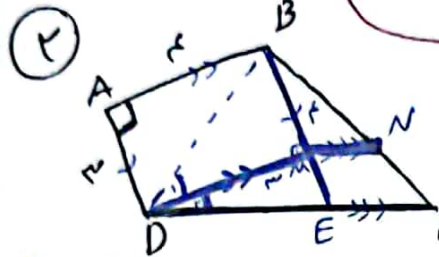
$$S_{BDE} = \frac{1}{2} \times DE \times BH'$$

DE و BC در خط موازی = EH = BH'

بارز جباتگیره / بارز هم سر A

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{12}{d}$$

DE || BC $\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{d}$



$$AD || BM \Rightarrow ABMD \Rightarrow \begin{cases} AB = DM = 4 \\ AD = BM = 3 \\ \hat{M}_1 = 90^\circ \end{cases}$$

طبق قضیه پیتاگورس: $BM^2 + DM^2 = BD^2 \Rightarrow 3^2 + 4^2 = BD^2 \Rightarrow BD = 5$

$BDC = BDM + MDC \Rightarrow BDM = MDC \Rightarrow DM$ نیمساز زاویه BDC است

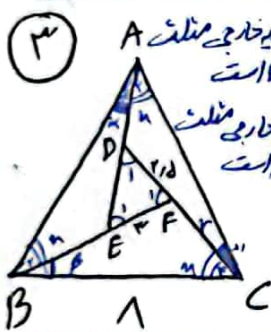
$\hat{M}_1 = 90^\circ \Rightarrow$ ارتفاع وارد بر ضلع BE

$BDE \Rightarrow BD = DE$

$DE = 5 \Rightarrow CE = 9 - 5 = 4$

$(I) \Rightarrow \frac{BM}{ME} = 1 \Rightarrow \frac{BN}{NC} = 1 \Rightarrow MN || EC$

$\frac{MN}{EC} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = 2$



$$\hat{F}_1 = \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = n + \beta \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{B}$$

$$\hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = n + \beta$$

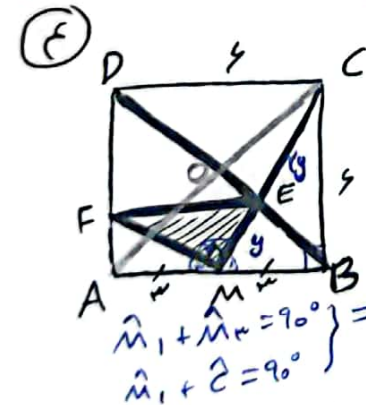
$$\hat{E}_1 = \hat{B}_2 + \hat{A}_1 = n + \alpha \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{A}$$

$$\hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = n + \alpha$$

$\Rightarrow DEF \sim CAB$

تناسب اضلاع متناظر $\frac{DE}{AC} = \frac{EF}{AB} = \frac{DF}{CB}$

$\Rightarrow AB = \frac{AC \times 3}{2 \times 5} = \frac{24}{10} = 2.4$



در مثلث ABC: $\begin{cases} BO \text{ میانه وارد در مقابل AC} \\ CO \text{ میانه وارد در مقابل AB} \\ AO \text{ میانه وارد در مقابل BC} \end{cases} \Rightarrow E \text{ محل برخورد میانه ها مثلث ABC (مرکز ثقل)}$

$$\frac{CE}{EM} = \frac{BE}{OE} = 2 \Rightarrow \begin{cases} CE = 2y \\ EM = y \end{cases} (I)$$

$\hat{B} = \hat{M}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = \hat{M}_2$

$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ$

$\hat{M}_1 + \hat{C} = 90^\circ$

$BCE \sim AMF$

تناسب اضلاع متناظر $\frac{BC}{AM} = \frac{CE}{MF} = \frac{BE}{AF} \Rightarrow MF = \frac{2 \times 5}{2} = 5$

$CM^2 = BM^2 + BC^2 = 3^2 + 9 = 18 \Rightarrow CM = 3\sqrt{2}$

$CM = CE + EM = 2y + y = 3y \Rightarrow 3y = 3\sqrt{2} \Rightarrow y = \sqrt{2}$

$EM = y = \sqrt{2}$

$S_{FME} = \frac{FM \times ME}{2} = \frac{5 \times \sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

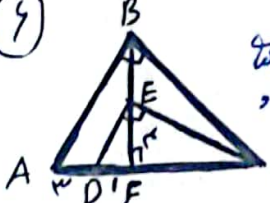


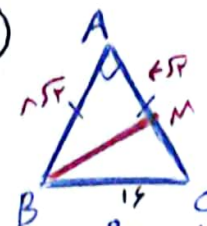
$AE^2 = AB^2 + BE^2 \Rightarrow AE^2 = 121 + n^2 \Rightarrow AE = \sqrt{121 + n^2}$

$\hat{E}_1 = \hat{E}_2 \Rightarrow \hat{AED} \sim \hat{CEA} \Rightarrow \frac{AE}{CE} = \frac{ED}{EA} \Rightarrow AE^2 = CE \cdot ED$

$\Rightarrow n^2 + 121 = (n + 10)(10) \Rightarrow n^2 + 121 = 10n + 100 \Rightarrow n^2 - 10n + 21 = 0$

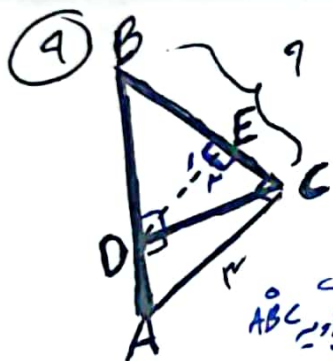
$\Rightarrow (n - 3)(n - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 7 \end{cases}$

④  طبق روابط طولی در مثلث‌ها : $EF = DF \times FC \Rightarrow 16 = 1 \times FC \Rightarrow \boxed{FC = 16}$
 تمام الزامیه $DE \parallel BC$: $BE^2 = CF \times AC \Rightarrow BC^2 = 16 \times 20 \Rightarrow \boxed{BC = 8\sqrt{5}}$ بار به هم آید / باز هم بیشتر

⑤  می دانیم که لایه میانه دارد هر یک ضلع، نصف آن باشد، آن مثلث تمام الزامیه خواهند بود : پس $\triangle ABC$ تمام الزامیه متساوی الساقین است.
 مفاومت $\triangle ABC$: $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 2AB^2 = 2AC^2 = 160 \Rightarrow AB = AC = 8\sqrt{2}$
 $AB = AC$
 BM میانه دارد بر ضلع $AC \Rightarrow AM = MC = \frac{AC}{2} = 4\sqrt{2}$ مفاومت : $AM^2 + AB^2 = BM^2 \Rightarrow 32 + 128 = BM^2 \Rightarrow BM = 8\sqrt{5} = \boxed{4\sqrt{5}}$
 می دانیم میانه‌ها و در بر لایه‌ها مثلث متساوی الساقین با هم برابرند

⑥  $AD = DO + OC = 4 \Rightarrow \begin{cases} DO = n \\ OC = 4-n \end{cases}$ $BO = 4-n$
 مفاومت $\triangle BDO$: $BO^2 = BD^2 + DO^2 \Rightarrow (4-n)^2 = 2^2 + n^2 \Rightarrow 16 - 8n + n^2 = 4 + n^2 \Rightarrow 12 = 8n \Rightarrow n = 1.5$
 $\Rightarrow \begin{cases} DO = 1.5 \\ OC = 2.5 \end{cases}$
 OE در مثلث BOC ارتفاع دارد بر ضلع BC می باشد و می دانیم در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع وارد بر وتر، نیمساز نیز می باشد (اثبات با هم نشستی در مثلث BOE و COE به حالت دایره یک ضلع OE) پس $\angle O_1 = \angle O_2$
 $\left. \begin{matrix} \angle O_1 = \angle O_2 \\ BO = CO \\ OA = OA \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle AOC \Rightarrow \begin{matrix} S_{AOB} = S_{AOC} \\ CE = BE \end{matrix}$
 $\triangle BDC$ مفاومت : $BD^2 + DC^2 = BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{16 + 9} = 5$
 $BC = CE + BE \Rightarrow 5 = 2BE = 2CE \Rightarrow CE = BE = 2.5$
 $S_{BOC} = \frac{OE \times BC}{2} = \frac{BD \times OC}{2} \Rightarrow OE \times 5 = 2 \times 2.5 \Rightarrow OE = \frac{1}{2}$
 طبق روابط طولی در مثلث ACD : $CE^2 = OE \times EA \Rightarrow 2.5 = \frac{1}{2} \times EA \Rightarrow EA = 5$
 مفاومت $\triangle AEC$: $AC^2 = AE^2 + EC^2 \Rightarrow AC^2 = 25 + 2.5 = 27.5 \Rightarrow AC = \sqrt{27.5}$
 $S_{AOC} = \frac{AC \times CO}{2} = \frac{\sqrt{27.5} \times 2.5}{2}$
 $\Rightarrow S_{ABOC} = \frac{1}{2} \times \frac{5 \times 2.5}{2} = 12.5$
 $S_{BOC} = \frac{BD \times OC}{2} = \frac{2 \times 2.5}{2} = 2.5$
 $\Rightarrow S_{ABC} = S_{ABOC} - S_{BOC} = 10$
 $S_{ABC} = S_{ABE} + S_{AEC} \Rightarrow S_{ABE} = S_{AEC} \Rightarrow S_{ABE} = 5$
 $AE = AE, \angle E_1 = \angle E_2 = 90^\circ, BE = CE \Rightarrow \triangle ABE \cong \triangle AEC \Rightarrow S_{ABE} = S_{AEC}$
 $\Rightarrow 2S_{ABE} = 10 \Rightarrow \boxed{S_{ABE} = 5}$

پاراگراف / یاد دہی

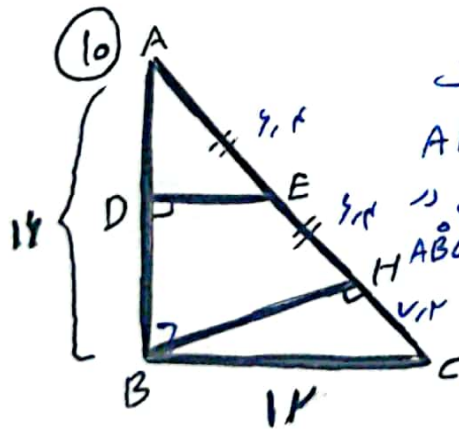


فیثاغورث $\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow AB = \sqrt{25} = 5$

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویہ ABC : $BC^2 = BD \times AB \Rightarrow 16 = BD \times 5 \Rightarrow BD = \frac{16}{5}$

$DE \parallel AC$ $\Rightarrow DE \perp BC \Rightarrow \angle E_1 = \angle E_2 = 90^\circ$
 $AC \perp BC$

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویہ BDC : $BD^2 = BE \times BC \Rightarrow \frac{16 \times 16}{25} = BE \times 4 \Rightarrow BE = \frac{16}{5}$



فیثاغورث $\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 = 144 + 256 = 400 \Rightarrow AC = 20$

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویہ ABC : $BC^2 = CH \times AC \Rightarrow 16 \times 16 = CH \times 20 \Rightarrow CH = 12.8$

$AC = AH + CH \Rightarrow AH = AC - CH = 20 - 12.8 = 7.2$
 $AH = AE + EH$
 $AE = EH$

$\Rightarrow AE = 3.6$

$DE \perp AB$ $\Rightarrow DE \parallel BC$ (تعمیم فیثاغورث)
 $BC \perp AB$ $\Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{DE}{16} = \frac{3.6}{20} \Rightarrow DE = 2.88$