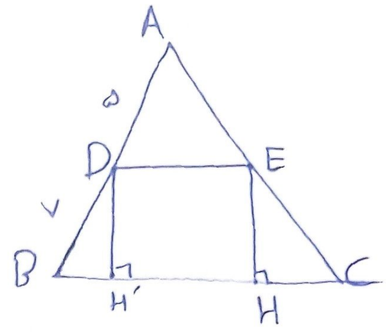
شایان رومی زاده

۱

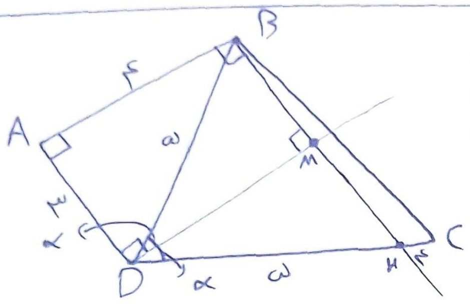
$DE \parallel BC \rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \rightarrow BC = \frac{۱۲}{۵} DE$

$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{EH \times BC}{DH' \times DE} = \frac{۱۲}{۵} \times ۱ = \boxed{۲,۴}$

$DE \parallel BC \rightarrow DH' = EH$



۲



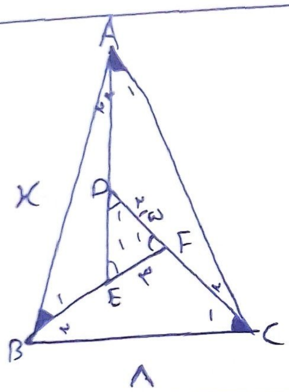
$\left.\begin{matrix} A = ۹۰ \\ AD \parallel BM \\ BM \parallel AB \end{matrix}\right\} \rightarrow ABCD$ مستطیل $\rightarrow BM = ۳ , DM = ۴ ,$ $\left.\begin{matrix} DM \text{ نیمساز} \\ BM \perp BH \end{matrix}\right\} \rightarrow DM$ عمودمنصف

$\rightarrow OBH$ متساوی‌الساقین $\rightarrow MH = MB = ۳$
$HC = ۴$

$\frac{CE}{CB} = \frac{MH}{HD} = \frac{۱}{۲} \rightarrow ME \parallel BC$

$\frac{ME}{HC} = \frac{BE}{BC} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \boxed{ME = ۲}$

۳



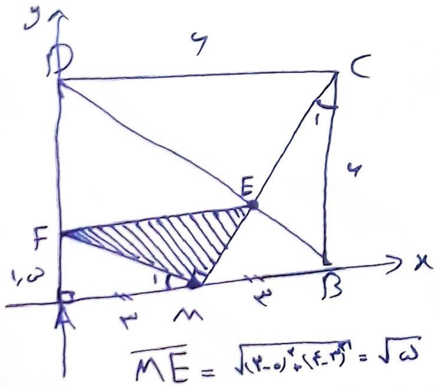
$\left.\begin{matrix} D_1 = A + C_2 \\ A = C_1 \end{matrix}\right\} \rightarrow D_1 = C_1 + C_2 = C$

$\left.\begin{matrix} F_1 = B_2 + C_1 \\ C_1 = B_1 \end{matrix}\right\} \rightarrow F_1 = B_1 + B_2 = B$

$\xrightarrow{زز} ABC \sim DEF$

$\frac{FE}{AB} = \frac{DF}{BC} \rightarrow \frac{۳}{AB} = \frac{۲/۵}{۸} \rightarrow \boxed{AB = ۹,۶}$

۴



$\left.\begin{matrix} A = B = ۹۰ \\ C_1 = M_1 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{زز} MCB \sim AMF \rightarrow \frac{BC}{AM} = \frac{BM}{AF} = \frac{MC}{FM}$

$\rightarrow \frac{۶}{۳} = \frac{۳}{AF} = \frac{MC}{FM} \rightarrow AF = ۱,۵ \rightarrow F\begin{vmatrix} ۰ \\ ۱,۵ \end{vmatrix} , M\begin{vmatrix} ۳ \\ ۰ \end{vmatrix}$

$\overline{BD}: \; m = \frac{۰ - ۶}{۶ - ۰} = -۱ \rightarrow y_1 = -x + ۶$

$\overline{MC}: \; m = \frac{۶ - ۰}{۶ - ۳} = ۲ \rightarrow y_2 = ۲x - ۶$

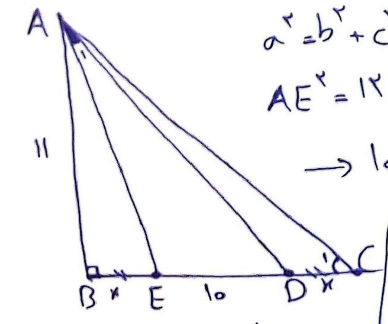
$\rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow ۶ - x = ۲x - ۶ \rightarrow x = ۴ \rightarrow E\begin{vmatrix} ۴ \\ ۲ \end{vmatrix}$

$\overline{ME} = \sqrt{(۴-۳)^2 + (۲-۰)^2} = \sqrt{۵}$

$FM = \sqrt{۳^2 + (\frac{۳}{۲})^2} = \frac{۳}{۲}\sqrt{۵}$

$\rightarrow S_{FME} = \frac{\sqrt{۵} \times \frac{۳}{۲}\sqrt{۵}}{۲} = \boxed{\frac{۱۵}{۴}}$

۵



$a^2 = b^2 + c^2 - ۲bc\cos A \rightarrow ED^2 = AE^2 + AD^2 - ۲ AE \times AD \cos A_1 \Rightarrow$

$AE^2 = ۱۲۱ + x^2 \rightarrow AE = \sqrt{۱۲۱ + x^2} , \; AD^2 = ۱۲۱ + (۱۰ + x)^2 \rightarrow AD = \sqrt{x^2 + ۲۰x + ۲۲۱}$

$\rightarrow ۱۰۰ = x^2 + ۱۲۱ + ۱۲۱ + (x+۱۰)^2 - ۲\sqrt{۱۲۱ + (x+۱۰)^2}\sqrt{x^2 + ۱۲۱} \times \frac{۱۰ + ۲x}{\sqrt{(۲x+۱)^2 + ۱۲۱}}$

$AC^2 = ۱۲۱ + (۱۰ + ۲x)^2$

$\rightarrow AC = \sqrt{(۲x+۱)^2 + ۱۲۱}$

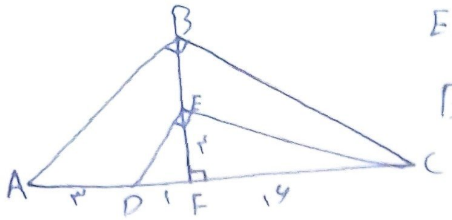
$DE = x$ راه ۲

$AE = \sqrt{x^2 + ۱۲۱}$

$\left.\begin{matrix} A_1 = C \\ \text{مشترک} \; A\hat{E}D = A\hat{E}D \end{matrix}\right\} \rightarrow AED \sim AEC \rightarrow \frac{AE}{x+۱۰} = \frac{۱۰}{AE} \rightarrow x^2 + ۱۲۱ = ۱۰۰ + ۱۰x \rightarrow x^2 - ۱۰x + ۲۱ = ۰$

$\boxed{x = ۷}$

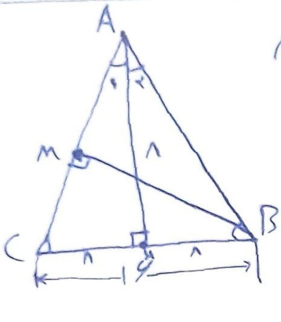
غ ق $\rightarrow \boxed{x = ۳}$



$EF^۲ = DF \times FC \to ۱۶ = ۱ \times FC \to FC = ۱۶$

$BC^۲ = FC \times AC = ۱۶ \times ۲۰ \to \boxed{BC = ۸\sqrt{۵}}$

۶



$MB = ?$ $\quad AH = CH \to \hat{A}_۱ = \hat{C} = \hat{B} = \hat{A}_۲$

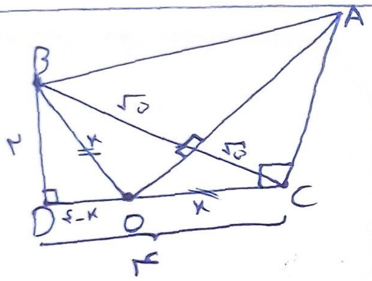
در مثلث متساوی الساقین، میانه همان ارتفاع است.

$BC \perp AH$

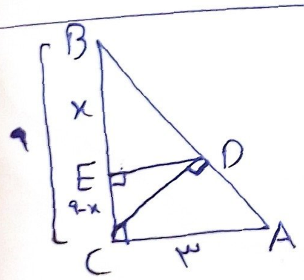
$AC = \sqrt{۸^۲ + ۸^۲} = ۸\sqrt{۲} \to \quad AC \times BM = AH \times BC$

$\Rightarrow MB = \frac{۱۶ \times ۸}{۸\sqrt{۲}} = \boxed{۸\sqrt{۲}}$

۷



۸



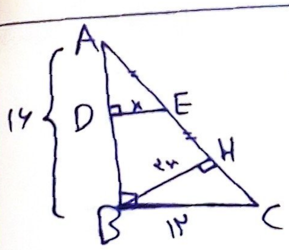
$AB = \sqrt{۹^۲ + ۳^۲} = ۳\sqrt{۱۰} \quad \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{۹} \to \frac{۳}{۳\sqrt{۱۰}} = \frac{CD}{۹} \to CD = \frac{۹}{\sqrt{۱۰}}$

$\frac{BE}{BC} = \frac{ED}{AC} \to \frac{x}{۹} = \frac{ED}{۳} \to x = ۳ED \to ED = \frac{x}{۳}$

$\frac{x^۲}{۹} + (۹-x)^۲ = \frac{۸۱}{۱۰} \to -x^۲ - ۱۸x + ۸۱ + \frac{x^۲}{۹} = \frac{۸۱}{۱۰}$

$\frac{BD}{AB} = \frac{BE}{۹} \to BD = \frac{\sqrt{۱۰}}{۳}x \quad BD^۲ = x(۹) = BE \times BC \to \frac{۱۰}{۹}x^۲ = ۹x \to \boxed{x = ۸٫۱}$

۹



$\frac{AE}{AH} = \frac{DE}{BH} \to \frac{۱}{۲} = \frac{x}{BH} \to BH = ۲x$

$AC = \sqrt{۱۲^۲ + ۱۶^۲} = \sqrt{۴^۲(۳^۲ + ۴^۲)} = ۲۰ \quad , BC^۲ = CH \times AC \to CH = \frac{۱۴۴}{۲۰} = ۷٫۲$

$۱۴۴ = ۴x^۲ + (۷٫۲)^۲ \to x^۲ = ۲۳٫۰۴ \to \boxed{x = ۴٫۸}$

$BC^۲ = BH^۲ + HC^۲$

۱۰