نام و نام خانوادگی ...مهدی ابوفاضلی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۴... کلاس ...یازدهم ۱۱م پسر A...

۱

$f(x)=3^{Ax+B}$, $y=x^2 \xrightarrow{\text{تقاطع}} \begin{cases}(1, y_1)\\(3, y_2)\end{cases} \Longrightarrow$ عرض از مبدا $f(x)=?$

*این نقاط در هر دو مشترک است!

$\Longrightarrow \begin{cases}x=1\\x=3\end{cases} \xrightarrow{y=x^2} \begin{matrix}y=1\\y=9\end{matrix} \Longrightarrow \begin{cases}1=3^{A+B}\\9=3^{3A+B}\end{cases}$

$\Longrightarrow \begin{cases}A+B=0\\3A+B=2\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}-A-\cancel{B}=0\\+3A+\cancel{B}=2\end{cases} \xrightarrow{\oplus} 2A=2 \longrightarrow \begin{cases}A=1\\B=-1\end{cases}$

عرض از مبدا $f(x)$ ← باید $x=0$ باشد

$\Longrightarrow f(x)=3^B=3^{-1}=\frac{1}{3}$

۲

$\log_2^{(4^x+15)}=x+3 \xrightarrow{\log_b^a=c} 4^x+15=2^{x+3} \longrightarrow (2^2)^x+15=2^x\times 8 \longrightarrow (2^x)^2+15=8\times 2^x$

$?=$ مجموع جواب‌ها

$\Longrightarrow$ تغییر متغیر $\longrightarrow 2^x=t \longrightarrow t^2-8t+15=0 \longrightarrow (t-5)(t-3)=0$

$t \begin{cases}3 \longrightarrow 2^x \longrightarrow x=\log_2^3\\5 \longrightarrow 2^x \longrightarrow x=\log_2^5\end{cases}$

$\xrightarrow{\oplus}$ مجموع جواب $=\log_2^3+\log_2^5=\log_2^{15}$

۳

$(\log_{21}^3)^2+\log_{21}^{(147)}\cdot\log_{21}^{(1323)}=? \xrightarrow{\text{تجزیه}} \begin{cases}147=7\times 21\\1323=9\times 147\end{cases} \longrightarrow \log_{21}^{147}\times 2\log_{21}^3$

$\longrightarrow (\log_{21}^3)^2+(\log_{21}^{147}\times\log_{21}^{9\times 147}) \Longrightarrow \underbrace{(\log_{21}^3)^2}_{a}+\underbrace{(\log_{21}^{147}\cdot\log_{21}^9)}_{2ab}+\underbrace{(\log_{21}^{147})^2}_{b}$

$\log_{21}^{9\times147} \downarrow \log_{21}^9+\log_{21}^{147}$

$\longrightarrow (\log_{21}^3+\log_{21}^{147})^2 \longrightarrow (\log_{21}^{3\times 147})^2=(\log_{21}^{3\times 7\times 21})^2=2^2=4$

۴

$\log^{(x^2-2x+1)}+3\log^{(1-x)}=5 \longrightarrow \log^{(x-1)^2}+\log^{(1-x)^3}=5$

$(x^2-2x+1) \longrightarrow (x-1)^2$

$\log_3^{(-x)}=?$

توان‌ها برابر

$\Longrightarrow \log_{10}^{-(x-1)^5}=5 \longrightarrow -(x-1)^5=10^5$

$\Longrightarrow -x+1=10 \longrightarrow x=-9$

$\Longrightarrow \log_3^{(-x)}=\log_3^9=2$

۵

$\log_2^{(x^2+2x+4)}+\log_2^{(x-2)}=3 \longrightarrow \log_2^{(x^2+2x+4)(x-2)}=\log_2^{x^3-8}=3 \longrightarrow x^3-8=8$

$\log_{\sqrt[3]{2}}^x=? \Longrightarrow x^3=16 \longrightarrow x=\sqrt[3]{2^4}=2^{\frac{4}{3}}$

$\longrightarrow \log_{2^{\frac{1}{3}}}^{2^{\frac{4}{3}}} \longrightarrow \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}}\log_2^2=4$

۶

$\log^{(2-x)} - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3 \Rightarrow \log^{(2-x)} - \log^{(2-x)^{-2}} = 3 \Rightarrow \log^{(2-x)} - -2\log^{(2-x)} = 3$

* چون توان ۲ است پس می‌توان آن را جابه‌جا کرد

$\log_{\sqrt{2}}^{(-x)} = ?$

$\Rightarrow 3\log^{(2-x)} = 3 \longrightarrow \log^{(2-x)} = 1 \Rightarrow 2-x=10 \longrightarrow \boxed{x=-8}$

$\longrightarrow \log_{\sqrt{2}}^{+8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}}^{+2^3} \Rightarrow \frac{3}{\frac{1}{2}}\log_2^2 = 6$

۷

$3^{x^2-2} = 81^x \longrightarrow 3^{x^2} \div 3^2 = (3^4)^x \longrightarrow 3^{x^2} = 3^{4x+2} \longrightarrow x^2 = 4x+2 \longrightarrow x^2-4x-2=0$

$\log_6^{(x-2)} = ?$

$\Rightarrow x = \frac{+4\pm\sqrt{16+8}}{2} = \frac{4\pm2\sqrt{6}}{2} = 2\pm\sqrt{6}$

$2+\sqrt{6} \longrightarrow$ ✓

$2-\sqrt{6} \longrightarrow$ × غ ق ق ×

$\longrightarrow \log_6^{(\cancel{2}+\sqrt{6}-\cancel{2})} = \log_6^{\sqrt{6}} = \frac{1}{2}$

۸

$\log_3^2 = \frac{5}{8}$

$\log_{18}^8 = ? \longrightarrow \frac{\log_c^8}{\log_c^{18}} \Rightarrow \boxed{c=2} \longrightarrow \frac{\log_2^{2^3}}{\log_2^2+\log_2^9} = \frac{3\log_2^2}{1+\log_2^{3^2}} = \frac{3}{1+2\log_2^3} = \frac{3}{1+\frac{16}{5}}$

$\log_2^3 = \frac{8}{5}$

$\Rightarrow \frac{3}{\frac{21}{5}} = \frac{\cancel{3}\times 5}{\cancel{21}\,7} = \frac{5}{7}$

۹

$\log_4^3 = 0.8$

$\log_{12}^6 = ? \longrightarrow \log_{12}^6 = \frac{\log_c^2+\log_c^3}{\log_c^3+2\log_c^2} \longrightarrow \boxed{c=4} \Rightarrow \frac{\log_4^2+\log_4^3}{\log_4^3+2\log_4^2}$, $\log_4^3 = 0.8$, $\log_4^2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2}+0.8}{0.8+2\times\frac{1}{2}} = \frac{1.3}{1.8} = \frac{13}{18}$

۱۰

$(a\log 2)x^2 + ax + b\log 2 = 0$, $\alpha=-1$, $\beta \longrightarrow a+c=b$ اگر یکی از ریشه‌ها برابر ۱- باشد آن گاه

$(\sqrt{2})^{\frac{b}{a}} = ?$

$\longrightarrow a\log 2 + b\log 2 = a \longrightarrow b\log 2 = a - a\log 2 = a(1-\log 2)$

$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1-\log 2}{\log 2} = \frac{\log 10-\log 2}{\log 2} = \frac{\log 5}{\log 2} = \log_2^5$

$\longrightarrow (\sqrt{2})^{\frac{1-\log 2}{\log 2}} \longrightarrow (\sqrt{2})^{\log_2^5} \longrightarrow 5^{\log_2^{\sqrt{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$