ایلیا مسلمی ۱۸ تکلیف شماره ۲۴ یازدهم پسر A

۱- (۲)

$y=x^2 \xrightarrow{x=1} y=1$

$f(x)=3^{Ax+B} \xrightarrow{x=1} f(1)=3^{A+B} \Longrightarrow f(x)=y \Rightarrow 3^{A+B}=1 \Rightarrow A+B=0$

$y=x^2 \xrightarrow{x=3} y=9$

$f(x)=3^{Ax+B} \xrightarrow{x=3} f(3)=3^{3A+B} \xrightarrow{f(x)=y} 3^{3A+B}=9 \Rightarrow 3A+B=2$

$\left.\begin{array}{l}3A+B=2\\ A+B=0\end{array}\right\} A=1 \Longrightarrow B=-1 \qquad f(x)=3^{x-1} \xrightarrow{x=0} f(0)=3^{-1}=\frac{1}{3}$

$\Longrightarrow \boxed{\left(0,\frac{1}{3}\right)}$

۲- ۵

$4^{x+\cancel{12}+15}=2^{x+3}$ دقت!

$\Longrightarrow 2^{2(x+15)}=2^{x+3} \Longrightarrow 2x+30=x+3 \Longrightarrow \boxed{\cancel{x=-27}}$

۳- (۲)

$\log_{21}3=a \Longrightarrow (\log_{21}3)^2=a^2$

$\log_{21}147=\log_{21}\frac{21^2}{3}=\log_{21}21^2-\log_{21}3=2-a$

$\log_{21}1323=\log_{21}21^2\times 3=\log_{21}21^2+\log_{21}3=2+a$

$\Longrightarrow (\log_{21}3)^2+\log_{21}147\ \log_{21}1323=a^2+(2-a)(2+a)=a^2+4-a^2=4$

۴- (۲)

$x^2-2x+1=(1-x)^2$

$\log(1-x)^2+3\log^{1-x}=5 \Longrightarrow 2\log^{1-x}+3\log^{1-x}=5 \Longrightarrow 5\log^{1-x}=5$

$\Longrightarrow \log^{1-x}=1 \Longrightarrow 1-x=10 \Longrightarrow -x=9$

$\Longrightarrow \log_3^{-x}=\log_3^9=\boxed{2}$

۵- (۲)

$\log_2^{x^2+2x+4}+\log_2^{x-2}=\log_2^8$

$\Longrightarrow \log_2(x^2+2x+4)(x-2)=\log_2^8 \Longrightarrow (x^2+2x+4)(x-2)=8$

$\Longrightarrow x^3-2^3=8 \Longrightarrow x^3=16$

$\Longrightarrow x=\sqrt[3]{16}$

$\Longrightarrow \log_{\sqrt[3]{2}}^{x}=\log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{16}}=\boxed{4}$

۶- (۲)

$x>۲$

$\log(۲-x)-\log\frac{۱}{(۲-x)^۲}=۳ \Rightarrow \log\frac{۲-x}{\frac{۱}{(۲-x)^۲}}=\log ۱۰۰۰ \Rightarrow (۲-x)^۳=۱۰۰۰$

$\Rightarrow ۲-x=۱۰ \Rightarrow x=-۸$

$\log_{\sqrt{۲}}^{-x}=\log_{\sqrt{۲}}^{۸}=\boxed{۶}$

۷- (۲)

$\log_{۶}^{x-۲} \longrightarrow x-۲>۰ \Rightarrow x>۲$

$۳^{x^۲-۲}=۳^{۴x} \Rightarrow x^۲-۲=۴x \Rightarrow x^۲-۴x-۲=۰ \Rightarrow x=\begin{cases}۲+\sqrt{۶} & ✓\\ ۲-\sqrt{۶} & ✗\end{cases}$

$\log_{۶}^{x-۲}=\log_{۶}^{\sqrt{۶}}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$

۸- (۲)

$\log_{۱۸}^{۸}=\frac{\log_{۳}^{۸}}{\log_{۳}^{۱۸}}=\frac{\log_{۳}^{۲^۳}}{\log_{۳}^{۳^۲\times ۲}}=\frac{۳\log_{۳}^{۲}}{۲+\log_{۳}^{۲}}=\frac{۳\times\frac{۵}{۸}}{۲+\frac{۵}{۸}}=\frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}}=\frac{۱۵}{۲۱}=\frac{۵}{۷}$

۹- (۲)

$\log_{۱۲}^{۶}=\frac{\log_{۴}^{۶}}{\log_{۴}^{۱۲}}=\frac{\log_{۴}^{۳}+\log_{۴}^{۲}}{\log_{۴}^{۳}+\log_{۴}^{۴}}=\frac{۰/۸+\frac{۱}{۲}}{۰/۸+۱}=\frac{۱/۳}{۱/۸}=\boxed{\frac{۱۳}{۱۸}}$

۱۰- (۲)

$x=-۱ \Rightarrow a\log ۲-a+b\log ۲=۰$

$\Rightarrow a\log ۲+b\log ۲=a$

$a-a\log ۲=b\log ۲$

$a(۱-\log ۲)=b\log ۲ \longrightarrow ۱-\log ۲=\log ۱۰-\log ۲=\log ۵$

$a\log ۵=b\log ۲ \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{\log ۵}{\log ۲}=\log_{۲}^{۵}$

$\longrightarrow (\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}}=\sqrt{۲}^{\log_{۲}^{۵}}=\sqrt{۵}^{\log_{۲}^{۲}}=\boxed{\sqrt{۵}}$

$$4^x + 15 = 2^{x+3} \xrightarrow{2^x = t} t^2 - 3t + 15 = 0 \begin{cases} t = 3 = 2^x \\ t = 5 = 2^x \end{cases}$$ -۲

$$x = \log_2 3 \xrightarrow{\text{جمع ریشه}} \log_2 15$$

$$x = \log_2 5$$