محمد جلیلیان ایروانی

۱۸٫۵

۱- (۲)

$۳^{A+B}=۱ \quad ۳^{۳A+B}=۹$

$۳^{۲A}=۹ \quad ۲A=۲ \quad A=۱$

$۳^{A+B}=۳^{۰} \quad A+B=۰ \quad B=-۱$

$۳^{x-۱} \xRightarrow{x=۰} ۳^{-۱}=\boxed{\frac{۱}{۳}}$

۲- (۲)

$۲^{x+۳}=۴^{x}+۱۵ \quad ۲^{x}=t \quad ۸t=t^{۲}+۱۵ \quad t^{۲}-۸t+۱۵=۰ \quad (t-۳)(t-۵)=۰$

$t=۳ \quad t=۵$

$۲^{x}=۳ \quad ۲^{x}=۵$

$x=\log_{۲}^{۳} \quad x=\log_{۲}^{۵}$

$\log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۵}=\log_{۲}^{۱۵}$

۳- (۰٫۵)

$(\log_{۲۱}^{۳})^{۲}+(۱+\log_{۲۱}^{۷})(۲+\log_{۲۱}^{۳})$

$=(\log_{۲۱}^{۳})^{۲}+۲+\log_{۲۱}^{۳}+۲\log_{۲۱}^{۷}+\log_{۲۱}^{۷}\log_{۲۱}^{۳}$

$(\log_{۲۱}^{۳})^{۲}+\log_{۲۱}^{۷}+\log_{۲۱}^{۷}\log_{۲۱}^{۳}+۳$

۴- (۲)

$\log ۱-x=t \quad ۲t+۳t=۵ \quad t=۱ \quad \log ۱-x=۱ \quad ۱-x=۱۰ \quad x=-۹$

$\log_{۳}^{۹}=۲$

۵- (۲)

$(x^{۲}+۲x+۴)(x-۲)=۸$

$x^{۳}-\cancel{۲x^{۲}}+\cancel{۲x^{۲}}-\cancel{۴x}+\cancel{۴x}-۸=۸$

$x^{۳}=۱۶ \quad x=\sqrt[۳]{۱۶}$

$\log_{\sqrt[۳]{۲}}^{\sqrt[۳]{۱۶}}=۴$

۶- (۲)

$\log ۲-x=t \quad t+۲t=۳ \quad t=۱$

$\log_{\sqrt{۲}}^{۸}=۶$

$\log ۲-x=۱ \quad ۲-x=۱۰ \quad x=-۸$

۷- (۲)

$x^{۲}-۲=۴x$

$x^{۲}-۴x-۲=۰$

$x=\frac{۴+\sqrt{۲۴}}{۲}=۲+\sqrt{۶}$

$x=\frac{۴-\sqrt{۲۴}}{۲}$ غ ق ق

$\log_{۶}^{۲+\sqrt{۶}-۲}=\frac{۱}{۲}$

۸- (۲)

$\log_{۱۸}^{۸}=\frac{\log_{۳}^{۸}}{\log_{۳}^{۱۸}}=\frac{۳\log_{۳}^{۲}}{۲+\log_{۳}^{۲}}=\frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}}=\frac{۵}{۷}$

۹- (۲)

$\log_{۱۲}^{۶}=\frac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۲}}=\frac{۱+\log_{۲}^{۳}}{۲+\log_{۲}^{۳}}=\frac{۱+۱٫۶}{۲+۱٫۶}=\frac{۲۶}{۳۶}=\frac{۱۳}{۱۸}$

$\log_{۴}^{۳}=\frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳}=۰٫۸ \quad \log_{۲}^{۳}=۱٫۶$

۱۰- (۲)

$a\log ۲-a+b\log ۲=۰$

$\log ۲-۱+\frac{b}{a}\log ۲=۰$

$\frac{b}{a}=\frac{۱-\log ۲}{\log ۲}=\frac{\log ۵}{\log ۲}=\log_{۲}^{۵}$

$(\sqrt{۲})^{\log_{۲}^{۵}}=۵^{\log_{۲}^{\sqrt{۲}}}=\sqrt{۵}$

۳-

$$(\log_{21} 3)^2 + \log_{21} (7\times 21)\,\log_{21} (63\times 21) = (\log_{21} 3)^2 + \left(\log_{21} \overset{\frac{21}{3}}{\cancel{7}} + 1\right)\left(\log_{21} \overset{21\times 3}{\cancel{63}} + 1\right)$$

$$(\log_{21} 3)^2 + (1 - \log_{21} 3 + 1)(1 + \log_{21} 3 + 1) =$$

$$(\log_{21} 3)^2 + (2 - \log_{21} 3)(2 + \log_{21} 3) = (\log_{21} 3)^2 + 4 - (\log_{21} 3)^2 = \boxed{4}$$