نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴ ... کلاس ... A .....

۲۰

۱ (۲)

$f_{(x)} = ۲^{Ax+B}$ $\quad g = x^۲$

$\rightarrow x=۱ \rightarrow ۲^{A+B} = ۱^۲ \rightarrow A+B=۰$

$\rightarrow x=۲ \rightarrow ۲^{۲A+B} = ۲^۲ \rightarrow ۲A+B=۲$

$\rightarrow ۲A=۲ \rightarrow A=۱ \quad , \quad \rightarrow B=-۱ \rightarrow f_{(x)} = ۲^{x-۱}$

$\rightarrow x=۰ \rightarrow f_{(x)} = ۲^{-۱} = \frac{۱}{۲} \rightarrow (۰, \frac{۱}{۲})$ نقطه تلاقی با محور y ها ✓

۲ (۲)

$\log_۲^{۲^x+۱۷} = x+۳ \rightarrow ۲^x \times ۲^۳ = (۲^x)^۲ + ۱۷ \rightarrow ۸ \times ۲^x = (۲^x)^۲ + ۱۷$

$\xrightarrow{۲^x=t} t^۲ - ۸t + ۱۷ = ۰ \rightarrow \begin{cases} t=۴ \rightarrow ۲^x = ۴ \rightarrow x = \log_۲^۴ \\ t=۱۷ \rightarrow ۲^x = ۱۷ \rightarrow x = \log_۲^{۱۷} \end{cases} \rightarrow \log_۲^۴ + \log_۲^{۱۷} = \log_۲^{۶۸}$ ✓

۳ (۲)

$(\log_{۲۱}^۳)^۲ + \log_{۲۱}^{۱۴۷} \times \log_{۲۱}^{۱۳۲۴} = (\log_{۲۱}^۴)^۲ + (\log_{۲۱}^۷ + \log_{۲۱}^{۲۱})(\log_{۲۱}^۹ + \log_{۲۱}^۷ + \log_{۲۱}^{۲۱})$

$\log_{۲۱}^{۱۴۷}$

$= (\log_{۲۱}^۳)^۲ + (\log_{۲۱}^۷ + ۱)(۲\log_{۲۱}^۳ + \log_{۲۱}^۷ + ۱) \xrightarrow[\log_{۲۱}^۷ = y]{\log_{۲۱}^۳ = x} x^۲ + (y+۱)(۲x+y+۱)$

$= x^۲ + ۲xy + y^۲ + y + ۲x + y + ۱ = (x+y)^۲ + ۲(x+y) + ۱ = ((x+y)+۱)^۲ = (\log_{۲۱}^۳ + \log_{۲۱}^۷ + ۱)^۲ =$ ۴ ✓

۴ (۲)

$\log(x^۲ - ۲x + ۱) + ۲\log(۱-x) = \log(x-۱)^۲ + ۲\log(۱-x) = \log(۱-x)^۲ + ۲\log(۱-x) = ۶$

$\rightarrow ۲\log(۱-x) + ۲\log(۱-x) = ۶ \rightarrow \log(۱-x) = ۱ \rightarrow ۱-x = ۱۰ \rightarrow x = -۹$ ✓

$\rightarrow \log_۳^{(-x)} = \log_۳^۹ = ۲$ ✓

۵ (۲)

$\log_۲^{(x^۲+۲x+۴)} + \log_۲^{(x-۲)} = \log_۲^{(x-۲)(x^۲+۲x+۴)} = \log_۲^{x^۳-۸} = ۳$

$\rightarrow x^۳ - ۸ = ۸ \rightarrow x^۳ = ۱۶ \rightarrow x = ۲^{\frac{۴}{۳}}$ ✓ $\rightarrow \log_{\sqrt[۳]{۲}}^x = \log_{۲^{\frac{۱}{۳}}}^{۲^{\frac{۴}{۳}}} = ۴\log_۲^۲ =$ ۴ ✓

$\log(2-x) - \log\frac{1}{(x-1)^2} = \log(2-x) - \log\frac{1}{(2-x)^2} = \log(2-x) - \log(2-x)^{-2} = \log\frac{(2-x)}{(2-x)^{-2}}$ (۲)

$= \log(2-x)^4 = 4 \longrightarrow 10^4 = (2-x)^4 \longrightarrow 2-x = 10 \rightarrow \boxed{x=-8}$ ✓

$\rightarrow \log_{\sqrt{2}}^{-x} = \log_{\sqrt{2}}^{8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^4} = 4\log_2^2 = \boxed{4}$ ✓

$4^{x^2-1} = 4^{4x} \longrightarrow x^2-1 = 4x \longrightarrow x^2-4x-1=0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$ (۲)

$\rightarrow \begin{cases} x = 2+\sqrt{5} \checkmark \longrightarrow \log_4^{x-1} = \log_4^{\sqrt{4}} = \boxed{\frac{1}{2}} \checkmark \\ x = 2-\sqrt{5} \times \rightarrow x-2 < 0 \end{cases}$

$\log_{18}^{8} = \frac{\log_{12}^{8}}{\log_{12}^{18}} = \frac{\log_{2^2}^{2^3}}{\log_{2^2}^{2}\log_2^{18}} = \frac{\log_2^2}{\frac{1}{2}\left(\log_2^2 + \log_2^9\right)} \xrightarrow{\log_2^2 = \frac{3}{2}} \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}+2\right)} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}}$ (۲)

$= \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$ ✓

$\log_{12}^{6} = \frac{\log_4^6}{\log_4^{12}} = \frac{\log_4^2 + \log_4^3}{\log_4^3 + \log_4^4} \xrightarrow{\log_4^3 = \frac{3}{5}} \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}{1 + \frac{3}{5}} = \frac{\frac{11}{10}}{\frac{13}{10}} = \boxed{\frac{11}{13}}$ ✓ (۲)

$x=-1 \longrightarrow a(\log 2)x^2 + ax + b\log 2 = \log 2^a - a + \log 2^b = 0 \rightarrow \log 2^{a+b} - \log 10^a = 0$ (۲)

$\rightarrow \log\frac{2^{a+b}}{10^a} = 0 \longrightarrow \frac{2^{a+b}}{10^a} = 1 \longrightarrow 2^a \times 2^b = 2^a \times 5^a \rightarrow 2^b = 5^a \rightarrow \log_2^5 = b$

$\rightarrow a\log_2^5 = b \rightarrow \frac{b}{a} = \log_2^5 \rightarrow \sqrt{2}^{\log_2^5} = 5^{\log_2^{\sqrt{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ ✓ $\alpha+\beta = \frac{-a}{a\log 2}$ (تالیس)

$= \frac{-1}{\log 2} \xrightarrow{x_1=-1} x_2 = \frac{-1}{\log_2 2} + 1 \longrightarrow \alpha\beta = \frac{b\log 2}{a\log 2} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\log 2} - 1 \rightarrow \sqrt{2}^{\frac{b}{a}} = \sqrt{2}^{\frac{1}{\log 2} - 1}$

$= \sqrt{2}^{\frac{1}{\log_2 2}} \times \sqrt{2}^{-1} = \sqrt{2}^{\log_2 10} \times \sqrt{2}^{-1} = 10^{\frac{1}{2}} \times \sqrt{2}^{-1} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}$ ✓