سوال ۱)

$f(x)=۳^{Ax+B}$ $\quad y=x^۲ \xrightarrow[x_۲=۳]{x_۱=۱} y_۱=(۱)^۲=۱ \Rightarrow f(۱)=۳^{A+B}=۳^۰$

$y_۲=(۳)^۲=۹ \Rightarrow f(۳)=۳^{۳A+B}=۳^۲$

$\begin{cases} A+B=۰ \\ ۳A+B=۲ \end{cases} \Rightarrow A=۲, B=-۲ \Rightarrow f(x)=۳^{۲x-۲}$ $\quad f(۰)=۳^{۲(۰)-۲}=۳^{-۲}=\frac{۱}{۹}$

حل تقاطعی با محور yها

سوال ۲)

$\log_۳(۴^x+۱۵)=x+۳$ $\quad ۳^{x+۳}=۴^x+۱۵ \Rightarrow (۳^x)^۲-۳^x\times۸+۱۵=۰$

$(۳^x-۵)(۳^x-۳)=۰$

$\Rightarrow \begin{cases} x_۱=\log_۳ ۵ \\ x_۲=\log_۳ ۳ \end{cases} \Rightarrow$ جواب‌ها $S=\log_۳ ۴+\log_۳ ۵=\log_۳ ۲۰$

سوال ۳)

$(\log_{۱۲} ۳)^۲+\log_{۱۲}(۱۲۷)\log_{۱۲} ۳$

$(\log_{۱۲} ۳)^۲+(۱+\log_{۱۲} ۷)(۲+\log_{۱۲} ۳)=(\log_{۱۲} ۳)^۲+\log_{۱۲} ۳^۲\times ۷\times ۱۲$

$\xrightarrow{\log_{۱۲} ۷=۱-\log_{۱۲} ۳} (\log_{۱۲} ۳)^۲+(۲-\log_{۱۲} ۳)(۲+\log_{۱۲} ۳)=(\log_{۱۲} ۳)^۲-۳\log_{۱۲}^۲ ۳+۴=\boxed{۴}$

سوال ۴)

$\log(x^۲-۲x+۱)+۳\log(۱-x)=۵ \quad \log(x-۱)^۲+\log(۱-x)^۳=۵$

$\log(۱-x)^۵=۵ \quad (۱-x)^۵=۱۰^۵ \xrightarrow{۱-x>۰} ۱-x=۱۰ \Rightarrow x=-۹$

$\log_۳^{-x}=\log_۳^{-(-۹)}=\boxed{۲}$

سوال ۵)

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x+3) + \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 2$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x+3)(x-2) = 2 \Rightarrow x^3-x=7 \Rightarrow x^3-x-6=0$$

$$x=2 \quad \frac{3}{3}$$

$$\sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}} \quad \log_{\sqrt{2}} 3^{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} \log_2 3$$

سوال ۶)

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-2) - \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{(x-2)^2} = 2 \quad \log_{\frac{1}{2}}\frac{(x-2)^2}{\frac{1}{(x-2)^2}} = 2 \quad (x-2)^4 = 1$$

$$x-2=1 \Rightarrow x=3 \quad x-2=-1 \Rightarrow x=1 \text{ ق ق ش}$$

$$\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} \quad \log_{3^{\frac{1}{2}}} 3^{-1} = -2$$

سوال ۸)

$$\log_{(x-2)}(x-2)^3 = 3 \quad x^3-3x-2=0 \quad (x-2)^2(x+1)=0 \Rightarrow x=2 \text{ ق ق ش}, x=-1$$

$$x^3-x^2=12 \quad \log_{\frac{1}{2}} 2^{-3} = \log_{2^{-1}} 2^{-3} = 3$$

سوال ۷)

$$\log_{\frac{1}{2}} 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 \frac{1}{2}} = -\log_2 3 \quad \log_{\frac{1}{3}} 2 = -\log_3 2 = -\frac{1}{\log_2 3}$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 2 \cdot \log_{\frac{1}{2}} 3 = \frac{1}{\log_2 3} \cdot \log_2 3 = 1$$

سوال ۹)

$$\log_3 81 = 4 \quad \log_{\frac{1}{2}} 0.125 = 3 \quad \log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 0.125 \cdot \log_3 81 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 9 = 3 \cdot 4 \cdot (-2) = -24$$

سوال ۱۰)

$$\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \log_2 3 = \log_2 3$$

$$\log_2 3 = \frac{\log_3 3}{\log_3 2} = \frac{1}{\log_3 2} \quad \log_3 2 = a \Rightarrow \log_2 3 = \frac{1}{a}$$

$$\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} = \frac{1}{a}$$

$$\log_3 2 = a \Rightarrow \log_3 2 + \log_3 b = a \Rightarrow \log_3 b = a(1-\log_3 2)$$

$$\log_3 b = a - a\log_3 2 \quad \log_3 b + a\log_3 2 = a$$

$$\log_3 b + \log_3 2^a = a \quad \log_3 2^a b = a \Rightarrow 2^a b = 3^a$$

$$(a\log_3 2)x^2 + ax + b\log_3 2 = 0 \quad \text{مجموع ریشه‌ها} = -1$$

$$-a\log_3 2 = a \Rightarrow \log_3 2 = -1 \Rightarrow 2 = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b}{a} = \log_3 3 = 1$$