علیرضا مرشی　　پسران ۸ یازدهم　　سری ۲۴

۱

$f(x) = ۳^{Ax+B}$

$y = x^{۲}$

$f(۱) = ۱ \rightarrow ۳^{A+B} = ۱ \rightarrow A+B = ۰$

$f(۳) = ۹ \rightarrow ۳^{۳A+B} = ۹ \rightarrow ۳A+B = ۲$

$\Big\}\ A = ۱ \quad B = -۱$

$f(x) = ۳^{x-۱}$

عبور در طول ۱ و ۳ $\rightarrow \big|{}^{۱}_{۱} \quad و \quad \big|{}^{۳}_{۹}$

$f(۰) = ۳^{-۱} = \frac{۱}{۳}$　　$\big|{}^{۰}_{\frac{۱}{۳}}$ فرضا نقطه

عرض نقطه تلاقی f با y : $\frac{۱}{۳}$

۲

مجموع جواب $\Big\{$　　$\log_{۲}^{۵} + \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۱۵}$

$\log_{۲}^{(۴^{x}+۱۵)} = x+۳$

$۲^{۲x} + ۱۵ = ۲^{x+۳}$

$۲^{۲x} - ۲^{x+۳} = -۱۵ \rightarrow (۲^{x})^{۲} - ۸.۲^{x} + ۱۵ = ۰ \rightarrow a^{۲} - ۸a + ۱۵ = ۰$

$a \begin{cases} ۳ \rightarrow ۲^{x} = ۳ \rightarrow \log_{۲}^{۳} \\ ۵ \rightarrow ۲^{x} = ۵ \rightarrow \log_{۲}^{۵} \end{cases}$

۳

$(\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + \log_{۲۱}^{۱۴۷} \times \log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + (۱+\log_{۲۱}^{۷})(۲+\log_{۲۱}^{۳}) = (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + (۲-\log_{۲۱}^{۳})(۲+\log_{۲۱}^{۳})$

$\hookrightarrow = (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + ۴ - (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} = ۴$

$\log_{۲۱}^{۷} + \log_{۲۱}^{۲۱}$　　$۲\log_{۲۱}^{۲۱} + \log_{۲۱}^{۳}$

$\log_{۲۱}^{۷} + \log_{۲۱}^{۳} = \log_{۲۱}^{۲۱} = ۱$

$\log_{۲۱}^{۷} = ۱ - \log_{۲۱}^{۳}$

۴

$\log^{x^{۲}-۲x+۱} + ۳\log^{۱-x} = ۵$

$\log^{(۱-x)^{۲}} + \log^{(۱-x)^{۳}} = ۵ \rightarrow \log_{۱۰}^{(۱-x)^{۵}} = ۵ \rightarrow ۱-x = ۱۰$

$x = -۹$

$\log_{۳}^{-x} = ?$　　$\log_{۳}^{۹} = ۲$

۵

$\log_{۲}^{x^{۲}+۲x+۴} + \log_{۲}^{x-۲} = ۳$

$\log_{۲}^{(x^{۲}+۲x+۴)(x-۲)} = ۳ \rightarrow \log_{۲}^{x^{۳}-۸} = ۳$　　$x^{۳} - ۸ = ۸$

$x^{۳} = ۱۶$

$x = ۲^{\frac{۴}{۳}}$

$\log_{\sqrt[۳]{۲}}^{x} \rightarrow \log_{۲^{\frac{۱}{۳}}}^{۲^{\frac{۴}{۳}}} = ۴$

۶

$\log^{۲-x}-\log^{\frac{۱}{(x-۲)^{۲}}}=۳$

$\log^{(۲-x)(x-۲)^{۲}}=۳ \to \log^{(۲-x)^{۳}}=۳ \to ۲-x=۱۰$

$x=-۸$

$\log_{\sqrt{۲}}^{-x}=?$ $\log_{\sqrt{۲}}^{۸}=۲\log_{۲}^{۸}=۶$

۷

$۳^{x^{۲}-۲}=۸۱^{x}$ $۳^{x^{۲}-۲}=۳^{۴x}$

$x^{۲}-۴x-۲=۰$ $x^{۲}-۴x+۴=۶ \to (x-۲)^{۲}=۶$ $x=\pm\sqrt{۶}+۲$

$\log_{۶}^{x-۲}=?$ $x-۲=\pm\sqrt{۶}$

$\log_{۶}^{-\sqrt{۶}}=\times$ $\log_{۶}^{\sqrt{۶}}=\frac{۱}{۲}$

۸

$\log_{۳}^{۲}=\frac{۵}{۸} \to \log_{۲}^{۳}=\frac{۸}{۵}$

$\log_{۱۸}^{۸}=?$ $۳\log_{۱۸}^{۲}=۳\frac{۱}{\log_{۲}^{۱۸}}=۳\frac{۱}{\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۳}}=\frac{۳}{۱+۲\log_{۲}^{۳}} \to \frac{۳}{۱+۲(\frac{۸}{۵})}=\frac{۵}{۷}$

۹

$\log_{۴}^{۳}=۰٫۸$ $\log_{۲}^{۳}=۱٫۶$ $\log_{۳}^{۲}=\frac{۵}{۸}$

$\log_{۱۲}^{۶}=?$ $\log_{۱۲}^{۲}+\log_{۱۲}^{۳}=\frac{۱}{۲+۱٫۶}+\frac{۱}{۱+۲(\frac{۵}{۸})}=\frac{۵}{۱۸}+\frac{۸}{۱۸}=\frac{۱۳}{۱۸}$

$\frac{۱}{۲+\log_{۲}^{۳}}$ $\frac{۱}{۱+۲\log_{۳}^{۲}}$

۱۰

یکی از ریشه‌ها {۱-} است

$(a\log^{۲})x^{۲}+ax+b\log^{۲}=۰$

$a\log^{۲}-a+b\log^{۲}=۰$

$\log^{۲}-۱+\frac{b}{a}\log^{۲}$

$\frac{b+a}{a}\log^{۲}=۱ \to \log^{۲^{\frac{b+a}{a}}}=\log^{۱۰}$

$۲^{\frac{b+a}{a}}=۱۰$ $\frac{b+a}{a}=\log_{۲}^{۱۰}$

$\frac{b}{a}=\log_{۲}^{۱۰}-۱=\log_{۲}^{۵}$

$\sqrt{۲}^{\frac{b}{a}}=?$ $(۲^{\frac{۱}{۲}})^{\log_{۲}^{۵}}=\sqrt{۵}$