۱- (۲)

$f(0)=2 \Rightarrow 1-\log_c^{-b}=2 \Rightarrow \log_c^{-b}=-1 \Rightarrow \frac{1}{c}=-b \Rightarrow -bc=1$

$f(-1,5)=0 \Rightarrow 1-\log_c^{-1,5a+b}=0 \Rightarrow \log_c^{-(1,5a+b)}=1$

$-1,5a-b=c$

$-1,5a=b+c=-\frac{3}{2} \Rightarrow a=1$ ✓

$\left.\begin{matrix} b+c=-\frac{3}{2} \\ bc=-1 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} b=-2 \checkmark \\ c=\frac{1}{2} \checkmark \end{matrix} \Rightarrow (a+c)b=(1+\frac{1}{2})\times -2=-3$ ✓

۲- (۲)

$f(1)=0 \Rightarrow 1+c\times 2^{a+b}=0 \Rightarrow c\times 2^{a}\times 2^{b}=-1$

$f(0)=\frac{1}{4} \Rightarrow 1+c\times 2^{a}=\frac{1}{4} \Rightarrow c\times 2^{a}=-\frac{3}{4}$

$\frac{c\times 2^{a}\times 2^{b}}{c\times 2^{a}}=4 \Rightarrow 2^{b}=4 \Rightarrow b=2$

$f(-1)=1+c\times 2^{a}\times 2^{-b}=1+(-\frac{1}{4})\times \frac{1}{4}=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$ ✓

۳- (۲)

$\begin{cases} 2=c+\log_a^b \\ 0=c+\log_a^{(2,4a+b)}-\log_a^b=-2 \end{cases}$

$\Rightarrow \log_a^{\frac{2,4a+b}{b}}=-2 \Rightarrow \frac{2,4a+b}{b}=a^{-2} \Rightarrow \frac{2,4a+b}{b}=\frac{1}{25}$

$\Rightarrow \frac{2,4a}{b}+1=\frac{1}{25} \Rightarrow \frac{24}{10}\times\frac{a}{b}=-\frac{24}{25} \Rightarrow \frac{a}{b}=\boxed{-\frac{2}{5}}$ ✓

۴- (۲)

$|x^2-12|-x>0$

$\begin{cases} -x^2+12-x>0 & -\sqrt{12}<x<\sqrt{12} \\ x^2-12-x>0 & x\le -\sqrt{12} \text{ یا } x\ge \sqrt{12} \end{cases}$

$-x^2-x+12>0$: $-4<x<3$ → (I) $-\sqrt{12}<x\le 3$

$x^2-x-12>0$: $x\le -3$ یا $x\ge 4$ → (II) $x\le -\sqrt{12}$ یا $\sqrt{12}\le x<4$

(I) ∪ (II) → $D_f=(-\infty,3)\cup(4,+\infty)$ ✓

۵- (۲)

$f(1)=2+2^{b-a} \Rightarrow 2+2^{b-a}=4 \Rightarrow 2^{b-a}=2 \Rightarrow b-a=1$

$g(1)=-1-2+8=5$

$f^{-1}(10)=-1 \Rightarrow f(-1)=10 \Rightarrow 2+2^{b+a}=10 \Rightarrow 2^{b+a}=2^3 \Rightarrow b+a=3$

$\left.\begin{matrix} b+a=3 \\ b-a=1 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} b=2 \\ a=1 \end{matrix} \Rightarrow 2b-a=4-1=\boxed{3}$ ✓

-۶

$f(1) = -۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{A+B}$

$f(۲) = -۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{۲A+B}$

(۲)

$x=1 \longrightarrow y = 1-1 = ۰$

$x=۲ \longrightarrow y = ۴-۲ = ۲$

$-۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{A+B} = ۰ \Longrightarrow \left(\frac{1}{۲}\right)^{A+B} = ۲ = \left(\frac{1}{۲}\right)^{-1}$

$\Longrightarrow A+B = -1$

$-۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{۲A+B} = ۲ \Longrightarrow \left(\frac{1}{۲}\right)^{۲A+B} = ۴ = \left(\frac{1}{۲}\right)^{-۲}$

$\Longrightarrow ۲A+B = -۲$

$\left.\begin{matrix} A+B=-1 \\ ۲A+B=-۲ \end{matrix}\right\} \begin{matrix} A=-1 \\ B=۰ \end{matrix} \Longrightarrow f(x) = -۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{-x}$

$\Longrightarrow f(۲) = -۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{-۲} = -۲ + ۸ = \boxed{۶}$ ✓

-۷ (۲)

$m(t) = m_۰ \left(\frac{۸}{۹}\right)^t \Longrightarrow \frac{1}{۶} m_۰ = m_۰ \left(\frac{۸}{۹}\right)^t \Longrightarrow \left(\frac{۸}{۹}\right)^t = \frac{1}{۶}$

$\log_{۵}\left(\frac{۸}{۹}\right)^t = \log_{۵}\frac{1}{۶} \Rightarrow t \log_{۵}\frac{۸}{۹} = -\log_{۵}۶$ $\quad \log_{۲}۵ = ۱/۶ = \frac{۷}{۵} \Rightarrow \log_{۵}۲ = \frac{۵}{۷}$

$\log_{۲}۵ = ۲/۲ = \frac{۱۲}{۵} \Rightarrow \log_{۵}۲ = \frac{۵}{۱۲}$ $\quad t\log_{۵}\left(\frac{۸}{۹}\right) = -\log_{۵}۶ \Rightarrow t(\log_{۵}۸ - \log_{۵}۹) = -(\log_{۵}۲ + \log_{۵}۳)$

$\Rightarrow t\left(۳\times\frac{۵}{۱۲} - ۲\times\frac{۵}{۷}\right) = -\left(\frac{۵}{۱۲} + \frac{۵}{۷}\right) \Rightarrow t\left(\frac{۲۵-۴۰}{۲۸}\right) = -\left(\frac{۲۵+۴۰}{۸۴}\right) \Rightarrow t = \frac{۱۹}{۲} \rightarrow \frac{۱۹}{۲}\times ۶۰ = \boxed{۲۸۰}$ ✓

-۸ (۲)

$m(t) = m_۰ \left(\frac{۷}{۸}\right)^{\frac{t}{۷}} \Longrightarrow \frac{1}{۷} m_۰ = m_۰ \left(\frac{۷}{۸}\right)^{\frac{t}{۷}} \Longrightarrow \left(\frac{۷}{۸}\right)^{\frac{t}{۷}} = \frac{1}{۷}$

$\log_{۲}\left(\frac{۷}{۸}\right)^t = \log_{۲}\frac{1}{۷} \Rightarrow \frac{t}{۷}\log_{۲}\frac{۷}{۸} = \log_{۲}\frac{1}{۷} \Longrightarrow \frac{t}{۷}(\log_{۲}۷ - \log_{۲}۸) = -\log_{۲}۷$

$\log_{۲}۷ = ۲/۸ = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \log_{۲}۷ = \frac{۵}{۲}$ $\quad \log_{۲}۲ = ۱/۶ = \frac{۸}{۵} \Rightarrow \log_{۲}۲ = \frac{۵}{۸}$

$\frac{t}{۷}\left(\frac{۵}{۲} - ۲\times\frac{۵}{۸}\right) = -\frac{۵}{۲} \Longrightarrow \frac{t}{۷}\left(\frac{۲۰-۱۰}{۸}\right) = -\frac{۵}{۲}$ $\quad \frac{t}{۷}\left(\frac{۱۰}{۸}\right) = -\frac{۵}{۲} \Rightarrow \boxed{t = ۵۶}$ ✓

-۹ (۲)

$f(t) = A\left(\frac{۹۹}{۱۰۰}\right)^t \Longrightarrow \frac{A}{۲} = A\left(\frac{۹۹}{۱۰۰}\right)^t \Longrightarrow \left(\frac{۹۹}{۱۰۰}\right)^t = \frac{1}{۲}$

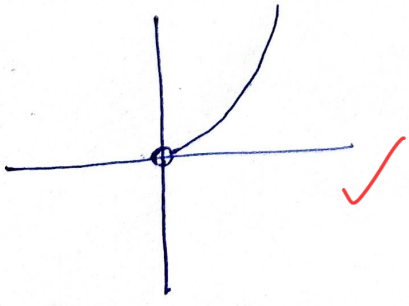
$\Longrightarrow \log\left(\frac{۹۹}{۱۰۰}\right)^t = \log\frac{1}{۲} \Longrightarrow t(\log ۹۹ - \log ۱۰۰) = -\log ۲$

$\Longrightarrow t\left(\log ۲^{۵}\times ۲ - ۲\right) = -\log ۲ \Rightarrow t(\log ۲^{۵} + \log ۲ - ۲) = -\log ۲$

$\Longrightarrow t(۱/۵ + ۰/۶۸ - ۲) = -۰/۶۸ \Longrightarrow -۰/۲t = -۰/۶۸ \Longrightarrow \boxed{t = ۳۴}$ ✓

-۱۰ (۲)

الف) $x>۰$ $\quad y = ۹^{\log_{۳}x} = x^{\log_{۳}۹} = x^۲$



ب) $x^۲ > ۰ \Rightarrow x < ۰$ یا $x > ۰$

$y = \log x^۲ = ۲\log x$