الیا مسلمی — تکلیف شماره ۲۵ — یازدهم ر۲ A

۱-

$f(0)=2 \qquad 1-\log_c^{-b}=2 \Rightarrow \log_c^{-b}=-1 \Rightarrow \frac{1}{c}=-b \Rightarrow -bc=1$

$f(-1.5)=0 \qquad 1-\log_c^{-1.5a-b} \Rightarrow \log_c^{-(1.5a+b)}=1$

$-1.5a-b=c$

$-1.5a=b+c=-\frac{3}{2} \Rightarrow a=1$

$\left.\begin{matrix} b+c=-\frac{3}{2} \\ bc=-1 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} b=-2 \\ c=\frac{1}{2} \end{matrix} \rightarrow (a+c)b=(1+\frac{1}{2})\times-2=\boxed{-3}$

۲-

$f(1)=0 \Rightarrow 1+c\times3^{a+b}=0 \Rightarrow c\times3^a\times3^b=-1$

$f(0)=\frac{2}{3} \Rightarrow 1+c\times3^a=\frac{2}{3} \Rightarrow c\times3^a=-\frac{1}{3}$

$\frac{c\times3^a\times3^b}{c\times3^a}=3 \Rightarrow 3^b=3 \Rightarrow b=1$

$f(-1)=1+c\times3^a\times3^{-b}=1+(-\frac{1}{3})\times\frac{1}{3}=1-\frac{1}{9}=\boxed{\frac{8}{9}}$

۳-

$\begin{cases} 2=c+\log_5^b \\ 0=c+\log_5^{(2.4a+b)} \end{cases} \quad -\log_5^b=-2$

$\Rightarrow \log_5\frac{2.4a+b}{b}=-2 \Rightarrow \frac{2.4a+b}{b}=5^{-2} \Rightarrow \frac{2.4a+b}{b}=\frac{1}{25}$

$\Rightarrow \frac{2.4a}{b}+1=\frac{1}{25} \Rightarrow \frac{24}{10}\times\frac{a}{b}=-\frac{24}{25} \Rightarrow \frac{a}{b}=\boxed{-\frac{2}{5}}$

۴-

$|x^2-2|-x>0$

$\begin{cases} -x^2+2-x>0 & -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \\ x^2-2-x>0 & x\leq-\sqrt{2} \text{ یا } x\geq\sqrt{2} \end{cases}$

$\begin{array}{c|c|c} & -2 & 1 \\ - & + & - \end{array} \quad -2<x\leq1 \xrightarrow{\cap\ -\sqrt{2}<x<\sqrt{2}} -\sqrt{2}<x\leq1 \quad (I)$

$\begin{array}{c|c|c} & -1 & 2 \\ + & - & + \end{array} \quad x\leq-1 \cup x\geq2 \xrightarrow{\cap\ x\leq-\sqrt{2} \text{ یا } x\geq\sqrt{2}} x\leq-\sqrt{2} \cup x\geq2 \quad (II)$

$(I)\cup(II) \rightarrow \boxed{D_f=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)}$

۵-

$f(1)=2+2^{b-a} \Rightarrow 2+2^{b-a}=4 \Rightarrow 2^{b-a}=2 \Rightarrow b-a=1$

$g(1)=-1-3+8=4$

$f^{-1}(10)=-1 \Rightarrow f(-1)=10 \Rightarrow 2+2^{b+a}=10 \Rightarrow 2^{b+a}=2^3 \Rightarrow b+a=3$

$\left.\begin{matrix} b+a=3 \\ b-a=1 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} b=2 \\ a=1 \end{matrix} \rightarrow 2b-a=4-1=3$

۶-

$f(1) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{A+B}$

$f(۲) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲A+B}$

$\xrightarrow{x=۱} y = ۱-۱ = ۰$

$\xrightarrow{x=۲} y = ۴-۲ = ۲$

$-۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{A+B} = ۰ \Rightarrow \left(\frac{۱}{۲}\right)^{A+B} = ۲ = \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-۱}$

$\Rightarrow A+B = -۱$

$-۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲A+B} = ۲ \Rightarrow \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲A+B} = ۴ = \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-۲}$

$\Rightarrow ۲A+B = -۲$

$\left.\begin{matrix} A+B=-۱ \\ ۲A+B=-۲ \end{matrix}\right\} \begin{matrix} A=-۱ \\ B=۰ \end{matrix} \Rightarrow f(x) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-x}$

$\Rightarrow f(۳) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-۳} = -۲ + ۸ = \boxed{۶}$

۷-

$m(t) = m_0 \left(\frac{۸}{۹}\right)^t \Rightarrow \frac{۱}{۶} m_0 = m_0 \left(\frac{۸}{۹}\right)^t \Rightarrow \left(\frac{۸}{۹}\right)^t = \frac{۱}{۶}$

$\log_۵ \left(\frac{۸}{۹}\right)^t = \log_۵ \frac{۱}{۶} \Rightarrow t \log_۵ \frac{۸}{۹} = -\log_۵ ۶ \quad \log_۳ ۵ = ۱/۴ = \frac{۷}{۵} \Rightarrow \log_۵ ۳ = \frac{۵}{۷}$

$\log_۲ ۵ = ۲/۴ = \frac{۱۲}{۵} \Rightarrow \log_۵ ۲ = \frac{۵}{۱۲} \quad t \log_۵ \left(\frac{۸}{۹}\right) = -\log_۵ ۶ \Rightarrow t(\log_۵ ۸ - \log_۵ ۹) = -(\log_۵ ۲ + \log_۵ ۳)$

$\Rightarrow t\left(۳ \times \frac{۵}{۱۲} - ۲ \times \frac{۵}{۷}\right) = -\left(\frac{۵}{۱۲} + \frac{۵}{۷}\right) \Rightarrow t\left(\frac{۳۵-۴۰}{۲۸}\right) = -\left(\frac{۳۵+۶۰}{۸۴}\right) \Rightarrow t = \frac{۱۹}{۳} \rightarrow \frac{۱۹}{۳} \times ۶۰ = \boxed{۳۸۰}$

۸-

$m(t) = m_0 \left(\frac{۷}{۸}\right)^{\frac{t}{۷}} \Rightarrow \frac{۱}{۷} m_0 = m_0 \left(\frac{۷}{۸}\right)^{\frac{t}{۷}} \Rightarrow \left(\frac{۷}{۸}\right)^{\frac{t}{۷}} = \frac{۱}{۷}$

$\log_۳ \left(\frac{۷}{۸}\right)^{\frac{t}{۷}} = \log_۳ \frac{۱}{۷} \Rightarrow \frac{t}{۷} \log_۳ \frac{۷}{۸} = \log_۳ \frac{۱}{۷} \Rightarrow \frac{t}{۷} (\log_۳ ۷ - \log_۳ ۸) = -\log_۳ ۷$

$\log_۷ ۳ = ۰/۶ = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \log_۳ ۷ = \frac{۵}{۳} \quad \log_۲ ۳ = ۱/۶ = \frac{۸}{۵} \Rightarrow \log_۳ ۲ = \frac{۵}{۸}$

$\frac{t}{۷}\left(\frac{۵}{۳} - ۳ \times \frac{۵}{۸}\right) = -\frac{۵}{۳} \Rightarrow \frac{t}{۷}\left(\frac{۴۰-۴۵}{۲۴}\right) = -\frac{۵}{۳} \quad \frac{t}{۷}\left(-\frac{۵}{۲۴}\right) = -\frac{۵}{۳} \Rightarrow \boxed{t = ۵۶}$

۹-

$f(t) = A\left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^t \Rightarrow \frac{A}{۳} = A\left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^t \Rightarrow \left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^t = \frac{۱}{۳}$

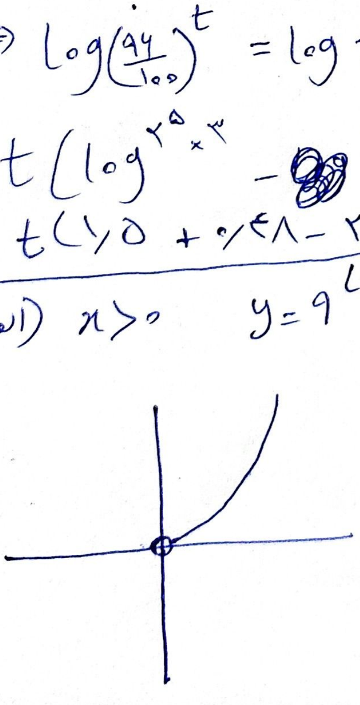
$\Rightarrow \log\left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^t = \log \frac{۱}{۳} \rightarrow t(\log ۹۶ - \log ۱۰۰) = -\log ۳$

$\Rightarrow t(\log ۲^۵ \times ۳ - ۲) = -\log ۳ \Rightarrow t(\log ۲^۵ + \log ۳ - ۲) = -\log ۳$

$\Rightarrow t(۱/۵ + ۰/۴۸ - ۲) = -۰/۴۸ \Rightarrow -۰/۰۲t = -۰/۴۸ \Rightarrow \boxed{t = ۲۴}$

۱۰-

الف) $x > ۰ \quad y = ۹^{\log_۳ x} = x^{\log_۳ ۹} = x^۲$



ب) $x^۲ > ۰ \Rightarrow x < ۰$ یا $x > ۰$

$y = \log x^۲ = ۲\log x$