امیرحسین — تکلیف شماره ۲۵

-۱

$1 - \log_c^{(ax-b)} \xrightarrow{y=0} 1 - \log_c^{-1.5a-b} = 0$ $\quad b = \frac{-1}{c}$

$x=0: \ 1 - \log_c^{-b} = 2$ $\quad -1.5a - b = c$ $\quad c - \frac{1}{c} = \frac{-3}{2}$

$\log_c^{-b} = -1$ $\quad \left.\begin{array}{l} -\frac{3}{2}a = b + c \\ -\frac{3}{2} = b + c \end{array}\right\} \underline{a=1}$ $\quad \frac{c^2-1}{c} = \frac{-3}{2}$

$-b = \frac{1}{c} \Rightarrow \underline{bc = -1}$ $\quad b + c = \frac{-3}{2}$ $\quad c^2 + \frac{3}{2}c - 1 = 0$

$(c+2)(c - \frac{1}{2}) = 0$

$b + \frac{1}{2} = \frac{-3}{2}$ $\quad \underline{c = \frac{1}{2}}$, -2 غ ق ق

$(a+c)\,b = (1 + \frac{1}{2})(-2) = -3$ $\quad \underline{b = -2}$

-۲

$f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$

$f(1) \Rightarrow c \times 3^{a+b} + 1 = 0$ $\quad f(0) = y \Rightarrow c \times 3^a + 1 = \frac{2}{3}$ $\quad f(-1) \Rightarrow c \times 3^{a-1} + 1 \Rightarrow \frac{c \times 3^a}{3} + 1$

$c \times 3^{a+b} = -1$ $\quad c \times 3^a = -\frac{1}{3}$ $\quad \frac{-1}{9}$

$c \times 3^a \times 3^b = -1$ $\quad \frac{-1}{9} + 1 = \boxed{\frac{8}{9}}$

$-\frac{1}{3} \times 3^b = -1$

$3^{b-1} = 1 \Rightarrow b = 1$

-۳

$y = \log_d^{ax+b} + c \xrightarrow{x=0} \log_d^b + c = 2 \Rightarrow \log_d^b + c = \log^{25} \Rightarrow \log_d \frac{25}{b} = c$

$\xrightarrow{y=0} \log_d^{2.4a+b} + c = 0 \Rightarrow 2.4a + b = d^{-c}$ $\quad \frac{25}{b} = d^c \Rightarrow \underline{b \times d^c = 25}$

$\underline{(2.4a+b)\,d^c = 1}$

$2.4a \times \cancel{d^c}^{\frac{25}{b}} + \cancel{b \times d^c}^{25} = 1$

$\frac{2.4a \times 25}{b} = -24 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-\cancel{240}^{10}}{25 \times \cancel{24}} = \boxed{\frac{-2}{5}}$

-۴

$\log_4^{|x^2-2|-x} \Rightarrow |x^2-2| - x > 0 \xrightarrow[\text{I}]{x \geq \sqrt{2},\ x \leq -\sqrt{2}} x^2 - 2 - x > 0$

$(x-2)(x+1) > 0$

$x = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ II

$\underline{\text{I} \cap \text{II} \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup (2, +\infty)}$

$\xrightarrow[\text{I}]{x = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]}$ $\left.\begin{array}{l} 2 - x^2 - x > 0 \\ x^2 + x - 2 < 0 \\ (x+2)(x-1) \\ x = [-2, 1) \end{array}\right\}$ II $\longrightarrow \underline{\text{I} \cap \text{II} \Rightarrow x \in [-\sqrt{2}, 1)}$

$\boxed{D_f: x \in R - [1, 2]}$

-۵

$f(x) = 2 + 2^{b-ax} \Rightarrow x = 1$ $\quad 2 + 2^{b-a} = -(1)^2 - 3(1) + 8$ $\quad \underline{b - a = 1}$

$g(x) = -x^2 - 3x + 8 \Rightarrow x = 1$ $\quad 2 + 2^{b-a} = 4 \Rightarrow 2^{b-a} = 2$

$f(-1) = 2 + 2^{b+a} = 10$ $\quad a + b = 3$ $\quad 2b - a = 4 - 1 = 3$

$2^{b+a} = 8 \Rightarrow$ $\underline{b - a = 1}$

$2b = 4 \Rightarrow \underline{b = 2}$, $\underline{a = 1}$

-۶

$f(x) = -2 + (\frac{1}{2})^{Ax+B} \xrightarrow{x=1} -2 + (\frac{1}{2})^{A+B} = 0 \Rightarrow 2 = 2^{-A-B} \Rightarrow -(A+B) = 1$

$A + B = -1$

$y = x^2 - x \xrightarrow{x=1}$

$\xrightarrow{x=2} -2 + (\frac{1}{2})^{2A+B} = 2 \Rightarrow (\frac{1}{2})^{2A+B} = 4$

$2A + B = -2$ $\quad f(2) = -2 + (\frac{1}{2})^{-1 \times 2 + 0}$ $\quad 2^{-(2A+B)} = 2^2$

$\underline{A + B = -1}$ $\quad -(2A+B) = -2$

$\underline{A = -1}$, $\underline{B = 0}$ $\quad -2 + (\frac{1}{2})^{-3} = 8 - 2 = 6$

$P = P_0 \times k^t$ $\quad (۳t+۱)(\frac{۱}{\log_۲^۵}) + (-۲t+۱)(\frac{۱}{\log_۳^۵}) = ۰$ ۷-

$\cancel{P} \times (\frac{۸}{۹})^t = \frac{۱}{۴}\cancel{P}$

$۲^{۳t} \times ۳^{-۲t} \times ۴ = ۱$

$۲^{۳t+۱} \times ۳^{-۲t+۱} = ۱$

$\log_a \xrightarrow[\text{لگ گیریم}]{\text{از دو طرف}} \log_۵ ۲^{۳t+۱} + \log_۵ ۳^{-۲t+۱} = ۰$

$\frac{۳t+۱}{۲٫۴} + \frac{-۲t+۱}{۱٫۴} = ۰$

$\frac{۴٫۲t + ۱٫۴ - ۴٫۸t + ۲٫۴}{۳٫۳۶} = ۰$

$-۰٫۶t + ۳٫۸ = ۰$

$۰٫۶t = ۳٫۸$

$t = \frac{۳٫۸}{۰٫۶} \simeq \boxed{۳۸۰ \text{ min}}$

$P = P_0 \times k^t$ $\quad (t+۱)(\frac{۱}{\log_۷^۳}) + (-۳t)(\frac{۱}{\log_۲^۳}) = ۰$ ۸-

$\cancel{P} \times (\frac{۷}{۸})^t = \frac{۱}{۷}\cancel{P}$

$۷^t \times ۸^{-t} \times ۷ = ۱$

$۷^{t+۱} \times ۲^{-۳t} = ۱$

$\log_۳ \xrightarrow[\text{لگ گیریم}]{\text{از دو طرف}} \log_۳ ۷^{t+۱} + \log_۳ ۲^{-۳t} = ۰$

$\frac{t+۱}{۰٫۶} + \frac{-۳t}{۱٫۶} = ۰$

$\frac{۱٫۶t + ۱٫۶ - ۱٫۸t}{۰٫۹۶} = ۰$

$-۰٫۲t + ۱٫۶ = ۰$

$۰٫۲t = ۱٫۶$

$t = \frac{۱٫۶}{۰٫۲} = ۸$ Week

$\boxed{۵۶ \text{day}}$

$P = P_0 \times k^t$ $\quad (۵t)(۰٫۳) + (t+۱)(۰٫۴۸) = (t)(۲)$ ۹-

$\cancel{۱۰۰} \times (۰٫۹۶)^t = \frac{۱}{۳} \times \cancel{۱۰۰}$

$\frac{۹۶^t \times ۳}{۱۰۰^t} = ۱ \to ۹۶^t \times ۳ = ۱۰۰^t$

$۳۲^t \times ۳^{t+۱} = ۱۰۰^t$

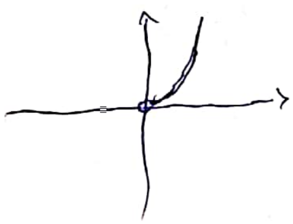
$\log_{۱۰} \xrightarrow[\text{لگ گیریم}]{\text{از دو طرف}} \log_{۱۰} ۲^{۵t} + \log_{۱۰} ۳^{t+۱} = \log_{۱۰} ۱۰۰^t$

$۱٫۵t + ۰٫۴۸t + ۰٫۴۸ = ۲t$

$۰٫۰۲t = ۰٫۴۸$

$t = \frac{۰٫۴۸}{۰٫۰۲} = \boxed{۲۴ \text{day}}$

الف) $۹^{\log_۳^x} = x^{\log_۳^۹} = x^۲$ $\quad x>۰$ ۱۰-



ب) $\log_{۱۰}^{x^۲} \xrightarrow{x<۰} -۲\log_{۱۰}^x$

$\xrightarrow{x>۰} ۲\log_{۱۰}^x$