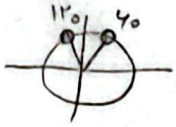
۱۸۱۵ دوشنبه‌های پیران — ماهان صاحبقرانی

تکلیف شماره ۲۷۰

۱) (۲)

$$S = \frac{1}{2}ab\sin\alpha = \frac{1}{2}\times 9\sqrt{2}\times\sin\alpha = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

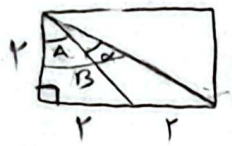
$$\longrightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{120}{60} = 2$$ ✓

---

۲) (۲)



$$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$$

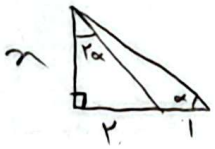
$$\tan\beta = 2 \qquad \tan A = 1$$

$$\tan\alpha = \tan(\beta - A) = \frac{\tan\beta - \tan A}{1+\tan\beta\tan A} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

$$\longrightarrow \cot\alpha = 3$$ ✓

---

۳) (۲)



$$\tan\alpha = \frac{x}{2}$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2}{x}$$

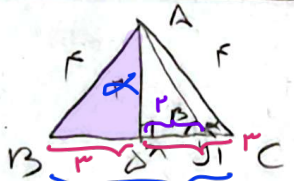
$$\frac{2}{x} = \frac{\frac{2}{3}x\times 9}{1-\frac{x^2}{9}} = \frac{6x}{9-x^2} \longrightarrow 6x^2 = 18 - 2x^2$$

$$\longrightarrow 8x^2 = 18 \longrightarrow x^2 = \frac{9}{4} \longrightarrow x = \frac{3}{2} \longrightarrow \cot\alpha = \frac{3}{x}$$

$$\longrightarrow = \frac{3}{3}\times 2 = 2$$ ✓

---

۴) (۱)



فیثاغورث $h = \sqrt{14-9} = \sqrt{5}$

~~$k = 3$~~

$$xy = 3 - 1 = 2$$

$$\longrightarrow \tan\beta = \frac{\sqrt{5}}{2} \qquad \beta = 180 - \alpha \longrightarrow \tan\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

---

۵) (۲)

$$2\sin^2 x + \cos^2 x = 1 + \sin^2 x = \frac{4}{3}$$

$$\longrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{3} \longrightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3} \longrightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$ ✓

---

۶) (۲)

$$\frac{\sin^4\alpha + 4\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha} - \frac{\cos^4\alpha + 4\sin^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}$$

$$\longrightarrow \sin^4\alpha + 4(1-\sin^2\alpha) = \sin^2\alpha - 4\sin^2\alpha + 4 = (2-\sin^2\alpha)^2$$

$$\longrightarrow 2 - \sin^2\alpha - 2 + \cos^2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$$ ✓

۷) (۲)

$\tan\alpha = \frac{۴}{۳}$ ربع سوم

$\sin\alpha = -\frac{۴}{۵}$

$\cos\alpha = -\frac{۳}{۵}$

$\sin\left(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha\right)\cos\left(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha\right) - \tan\left(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}\right) = -\frac{۱۲}{۲۵} + \frac{۳}{۴}$

$\cos\alpha \times -\sin\alpha + \cot\alpha$

$\longrightarrow = \frac{۷۵-۴۸}{۱۰۰} = \boxed{۰,۲۷}$ ✓

---

۸) (۱,۵)

$۲\cos ۴n + \sqrt{۲}\sin n - \sqrt{۲}\cos n$

$n = \frac{\pi}{۱۲} \longrightarrow ۲\cos ۴n = ۲ \times \cos\frac{\pi}{۳} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$

$\sqrt{۲}\sin n - \sqrt{۲}\cos n = ۲\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin n - \frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos n\right) = ۲\sin(۴۵-n)$

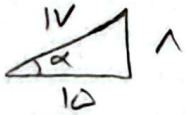
$\sin ۴۵$ $\cos ۴۵$ $n-۴۵$

$\longrightarrow = -۲\sin ۳۰^\circ = -۱ \longrightarrow \frac{۳}{۲} - ۱ = \frac{۱}{۲}$

---

۹) (۲)

$t\left(\frac{\alpha}{۲}\right) = \frac{۱}{۴} \longrightarrow \tan\alpha = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱-\frac{۱}{۱۶}}{۲}} = \frac{۸}{۱۵}$



$\frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{\frac{۸}{۱۵} - \frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷} - \frac{۱۵}{۱۷}} = \frac{\frac{۲\times۸}{۱۷\times۱۵}}{\frac{-۷}{۱۷}}$

$\longrightarrow = \boxed{-\frac{۱۶}{۱۰۵}}$ ✓

---

۱۰) (۲)

$۲\sin\alpha < \sin ۲\alpha \longrightarrow ۲\sin\alpha < ۲\sin\alpha\cos\alpha$

از آنجایی که نهایت $\cos$ ۱ است و اینجا سمت راستی بزرگتر است نتیجه میگیریم $\cos\alpha$ منفی است و $۲\sin\alpha$ هم منفی است. (ربع سوم) و یا $\cos\alpha$ مثبت است و چون از ۱ کمتر است مقدار منفی بودن $۲\sin\alpha$ را کم می‌کند. (ربع چهارم)

$۰ < \frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} \longrightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin^۲\alpha} > ۰ \longrightarrow \cos\alpha > ۰$

پس طبق توضیحات انتهای کمان α در ربع چهارم است.

$$۲\cos\frac{\pi}{۳}+\sqrt{۲}\sin\frac{\pi}{۱۲}-\sqrt{۲}\cos\frac{\pi}{۱۲}=\frac{۳}{۲}+\sqrt{۲}\underbrace{\left(\sin\frac{\pi}{۱۲}-\cos\frac{\pi}{۱۲}\right)}_{A} \quad -۸$$

$$A^{۲}=۱-\sin\frac{\pi}{۴}=\frac{۱}{۲} \xrightarrow{A<۰} A=-\frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

$$\text{جواب} = \frac{۳}{۲}+\sqrt{۲}\left(\frac{-۱}{\sqrt{۲}}\right)=\boxed{\frac{۱}{۲}}$$