نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۲۰

۱ (۲)

$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}\sin\alpha \sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ, 120^\circ$

✓ ۲ برابر

۲ (۲)

$S_{\text{مثلث بزرگ}} = S_{\text{مثلث با زاویه }\alpha} + S_{\text{مثلث قائم‌الزاویه}} \Rightarrow 4 = 2 + x \Rightarrow x = 2$

$S_{\text{مثلث }\alpha}: \frac{1}{2}\sin\alpha \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{10} = 2 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$

وتر بزرگ فیثاغورس — وتر فیثاغورس

$\cot^2 + 1 = \frac{1}{\sin^2}$

$\cot^2 = 9 \Rightarrow \cot = \pm 3$

۳- غ ق زیرا α در ناحیه اول است که cot مثبت است.

۳ (۲)

ضلع قائم عمودی را x فرض می‌کنیم

$\tan 2\alpha = \frac{2}{x} = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \frac{2\frac{x}{3}}{1-\frac{x^2}{9}} = \frac{6x}{9-x^2} = \frac{2}{x}$

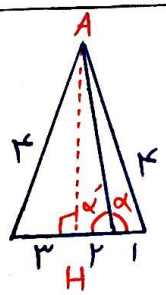
$3x^2 = 9 - x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4}$

$x = \frac{3}{2}$ (منفی نمی‌تواند باشد زیرا α در ناحیه اول است)

$\tan\alpha = \frac{3}{2}$

$\tan\alpha = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = 2$ ✓

۴ (۲)



AH طول $= \sqrt{16-9} = \sqrt{7}$

$\tan\alpha' = \frac{\sqrt{7}}{2} \rightsquigarrow \tan\alpha = -\frac{\sqrt{7}}{2}$ ✓

$\alpha + \alpha' = 180^\circ \Rightarrow \tan\alpha = -\tan\alpha' \rightsquigarrow \tan\alpha = -\tan(\pi - \alpha')$

اثبات

۵ (۲)

$\sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow 1 + \sin^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{3}$

($\sin^2 x + \sin^2 x = 2\sin^2 x$)

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\cos^2 x = \frac{2}{3}$

$\tan^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2} \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$ ✓

$\sin^4\alpha = (\sin^2\alpha)^2 = (1-\cos^2\alpha)^2 = \cos^4\alpha - 2\cos^2\alpha + 1$

$\cos^4\alpha = (\cos^2\alpha)^2 = (1-\sin^2\alpha)^2 = \sin^4\alpha - 2\sin^2\alpha + 1$ (جایگذاری)

$\frac{\sin^4\alpha + 2\sin^2\alpha + 1}{1+\sin^2\alpha}$ ۲

$\frac{(\sin^2\alpha+1)^2}{\sin^2\alpha+} = \sin^2\alpha+1$ ؛

$\frac{\cos^4\alpha + 2\cos^2\alpha + 1}{1+\cos^2\alpha} = \frac{(\cos^2\alpha+1)^2}{1+\cos^2\alpha} = \cos^2\alpha+1$

$\cos^2\alpha+1-\sin^2\alpha-1$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$ ✓

$\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = +\cos\alpha$

$\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = -\sin\alpha$

$-\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right) = +\cot\alpha$

$-\sin\alpha\cos\alpha + \cot\alpha$ ۲

خط‌خطی سوال

$\frac{3}{5}\times\frac{-4}{5} + \frac{3}{4} = -\frac{24}{100} + \frac{75}{100}$

$\frac{51}{100}$ ✓ ۲

$\tan = \frac{4}{3} \Rightarrow \cot = \frac{3}{4}$

$1+\frac{9}{16} = \frac{1}{\sin^2} \Rightarrow \sin = \frac{4}{5}$

$1+\frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2} \Rightarrow \cos = \frac{3}{5}$

$\sin 15^\circ = \frac{1-\cos 30^\circ}{2} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$

$\cos 15^\circ = \frac{1+\cos 30^\circ}{2} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$

$2\cos 60^\circ = \frac{2}{2}$

$\frac{2+\sqrt{3}-1-1-\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$ ✓ ۲

$\tan\alpha = \frac{2\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1-\tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{16}} = \frac{8}{15}$

$\sin\alpha = \frac{2\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1+\tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{16}} = \frac{8}{17}$

$\cos\alpha = \frac{1-\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1+\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{1-\frac{1}{16}}{1+\frac{1}{16}} = \frac{15}{17}$

$\rightarrow \frac{\frac{8}{15}-\frac{8}{17}}{\frac{8}{17}-\frac{15}{17}} = -\frac{16}{105}$ ✓ ۲

$\sin\alpha$ ، $\cot\alpha$ هم علامتند پس یا ربع ۱ یا ربع ۳

ربع ۱ ×

$2\sin\alpha\cos\alpha > 2\sin\alpha \rightarrow 2\sin\alpha(\cos\alpha-1) > 0 \Rightarrow \cos\alpha - 1 > 0$

ربع اول $\rightarrow +$ ، $+$

$\cos\alpha > 1$ غ ق

ربع ۳ ✓

$2\sin\alpha\cos\alpha > 2\sin\alpha \rightarrow 2\sin\alpha(\cos\alpha-1) > 0 \Rightarrow \cos\alpha - 1 < 0$

ربع ۳ $\rightarrow -$ ، $-$

$\cos\alpha < 1$ ق ق ✓

۲