نام و نام خانوادگی ......امین اسماعیلی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...27... کلاس .....A.....

۱

$S_{\text{مثلث}} : \frac{۱}{۲}\sin\alpha\sqrt{۳}\times۶ = ۴{,}۵ \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \alpha = \underbrace{۶۰, ۱۲۰}_{\text{۲ برابر}}$

۲

$S_{\text{مثلث بزرگ}} = S_{\text{مثلث قائم الزاویه}} + S_{\text{مثلث با زاویه } \alpha} \Rightarrow ۴ = ۲ + x \Rightarrow x = ۲$

$S_{\text{مثلث } \alpha} : \frac{۱}{۲}\sin\alpha \times \underset{\text{وتر فیثاغورس}}{۲\sqrt{۲}} \times \underset{\text{وتر بزرگ فیثاغورس}}{۲\sqrt{۵}} = ۲ \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$

$\cot^۲+۱ = \frac{۱}{\sin^۲}$

$\cot^۲ = ۹ \Rightarrow \cot = \pm۳$

۳- غ‌ق‌ق زیرا α در ناحیه اول است که $\cot$ مثبت است.

۳

ضلع قائم عمودی را x فرض می کنیم

$\tan ۲\alpha = \frac{۲}{x} = \frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha} = \frac{\frac{۲x}{۳}}{۱-\frac{x^۲}{۹}} = \frac{{}^{۳}\cancel{۶}x}{۹-x^۲} = \frac{\cancel{۲}}{x}$

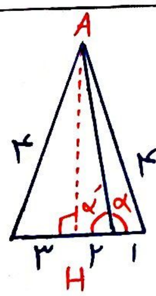
$\tan\alpha = \frac{x}{۳}$

$\Rightarrow ۳x^۲ = ۹ - x^۲ \Rightarrow x^۲ = \frac{۹}{۴}$

$x = \frac{۳}{۲}$ (منفی نمی تواند باشد زیرا α در ناحیه اول است)

$\tan\alpha = \frac{\frac{۳}{۲}}{۳} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{۱}{\tan\alpha} = ۲$

۴



طول $AH = \sqrt{۱۶-۹} = \sqrt{۷}$

$\tan\alpha' = \frac{\sqrt{۷}}{۲} \longrightarrow \tan\alpha = -\frac{\sqrt{۷}}{۲}$

$\alpha + \alpha' = ۱۸۰ \Rightarrow \tan\alpha = -\tan\alpha' \rightsquigarrow \underbrace{\tan\alpha = -\tan(\pi - \alpha')}_{\text{اثبات}}$

۵

$\underbrace{\sin^۲x + \sin^۲x}_{۲\sin^۲x} + \cos^۲x = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۱ + \sin^۲x = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \sin^۲x = \frac{۱}{۳}$

$\sin^۲x = ۱ - \cos^۲x$

$\cos^۲x = \frac{۲}{۳}$

$\tan^۲+۱ = \frac{۱}{\cos^۲} \Rightarrow \tan^۲x = \frac{۱}{۲}$

$\sin^{۴}\alpha = (\sin^{۲}\alpha)^{۲} = (۱-\cos^{۲}\alpha)^{۲} = \cos^{۴}\alpha - ۲\cos^{۲}\alpha + ۱$

$\cos^{۴}\alpha = (\cos^{۲}\alpha)^{۲} = (۱-\sin^{۲}\alpha)^{۲} = \sin^{۴}\alpha - ۲\sin^{۲}\alpha + ۱$

$\frac{\sin^{۴}\alpha + ۲\sin^{۲}\alpha + ۱}{۱+\sin^{۲}\alpha}$

$\frac{(\sin^{۲}\alpha+۱)^{۲}}{\sin^{۲}\alpha+} = \boxed{\sin^{۲}\alpha+۱}$

جایگذاری

$\frac{\cos^{۴}\alpha + ۲\cos^{۲}\alpha + ۱}{۱+\cos^{۲}\alpha} = \frac{(\cos^{۲}\alpha+۱)^{۲}}{۱+\cos^{۲}\alpha} = \boxed{\cos^{۲}\alpha+۱}$

$\cos^{۲}\alpha + ۱ - \sin^{۲}\alpha - ۱$

$\boxed{\cos^{۲}\alpha - \sin^{۲}\alpha = \cos ۲\alpha}$

$\sin\left(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{۲}+\alpha\right) = +\cos\alpha$

$\cos\left(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha\right) = \cos\left(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha\right) = -\sin\alpha$

$-\tan\left(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}\right) = +\cot\alpha$

$-\sin\alpha\cos\alpha + \cot\alpha$

خواسته سوال

$\tan = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \cot = \frac{۳}{۴}$

$۱+\frac{۱۶}{۹} = \frac{۱}{\cos^{۲}} \Rightarrow \cos = \frac{۳}{۵}$

$۱+\frac{۹}{۱۶} = \frac{۱}{\sin^{۲}} \Rightarrow \sin = \frac{۴}{۵}$

$\frac{۳}{۵} \times -\frac{۴}{۵} + \frac{۳}{۴} = -\frac{۴۸}{۱۰۰} + \frac{۷۵}{۱۰۰}$

$\boxed{\frac{۲۷}{۱۰۰}}$ ۷

$\sin ۱۵^\circ = \frac{۱-\cos ۳۰^\circ}{۲} = \sqrt{\frac{۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۲}} = \frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}(\sqrt{۳}+۱)}{\cancel{۴}\;۲\sqrt{۲}} \times \cancel{\sqrt{۲}}$

$\cos ۱۵^\circ = \frac{۱+\cos ۳۰^\circ}{۲} = \sqrt{\frac{۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۲}} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}(\sqrt{۳}+۱)}{\cancel{۴}\;۲\sqrt{۲}} \times \cancel{\sqrt{۲}}$ ۸

$۳\cos ۶۰^\circ = \frac{۳}{۲}$

$\frac{۳+\sqrt{۳}-۱-۱-\sqrt{۳}}{۲} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

$\tan\alpha = \frac{۲\tan\left(\frac{\alpha}{۲}\right)}{۱-\tan^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)} = \frac{\frac{۱}{۲}}{۱-\frac{۱}{۱۶}} = \frac{۸}{۱۵}$

$\sin\alpha = \frac{۲\tan\left(\frac{\alpha}{۲}\right)}{۱+\tan^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)} = \frac{\frac{۱}{۲}}{۱+\frac{۱}{۱۶}} = \frac{۸}{۱۷}$

$\cos\alpha = \frac{۱-\tan\left(\frac{\alpha}{۲}\right)}{۱+\tan\left(\frac{\alpha}{۲}\right)} = \frac{۱-\frac{۱}{۱۶}}{۱+\frac{۱}{۱۶}} = \frac{۱۵}{۱۷}$

$\rightarrow \frac{\frac{۸}{۱۵}-\frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷}-\frac{۱۵}{۱۷}} = \boxed{-\frac{۱۶}{۱۰۵}}$ ۹

$\sin\alpha$ و $\cot\alpha$ هم علامتند پس یا ربع ۴ یا ربع 1

✗ ربع 1 = $۲\sin\alpha\cos\alpha > ۲\sin\alpha \rightarrow \underbrace{۲\sin\alpha}_{+}\,(\underbrace{\cos\alpha-۱}_{+}) > ۰ \Rightarrow \cos\alpha - ۱ > ۰$

ربع اول → +

~~$\cos\alpha > ۱$ غیرق~~ ۱۰

ربع ۴ = $۲\sin\alpha\cos\alpha > ۲\sin\alpha \rightarrow \underbrace{۲\sin\alpha}_{-}\,(\underbrace{\cos\alpha-۱}_{-}) > ۰ \Rightarrow \cos\alpha - ۱ < ۰$

$\cos\alpha < ۱$

ربع ۴ → −

قابل قبول