علیرضا خادمی　　یازدهم پسر A　　سری

۱۸٫۵

۱ ⓶

مثلث ABC با اضلاع ۶ و $\sqrt{۳}$

زاویه α

$\overset{\triangle}{S} = ۴٫۵$

$S = \frac{۱}{۲}\, ۶ \times \sqrt{۳} \times \sin\alpha = ۴٫۵$

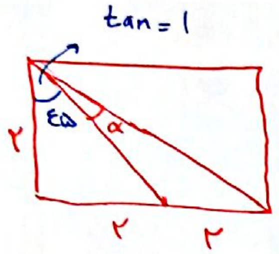
$\rightarrow ۶\sqrt{۳} \times \sin\alpha = ۹$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \alpha \begin{cases} ۶۰° \\ ۱۲۰° \end{cases}$

$\frac{\alpha_{max}}{\alpha_{min}} = ?\ \frac{۱۲۰}{۶۰} = ۲$ ✓

---

۲ ⓪٫۵



$\tan(\alpha + ۴۵°) = ۲ \rightarrow$

$\tan(\alpha + \frac{\pi}{۴}) = ۲$

$\tan(۲\alpha + ۹۰) = \frac{۲\tan(\alpha + ۴۵)}{۱ - \tan^۲(\alpha + ۴۵)} = -\frac{۴}{۳}$

$\tan(۲\alpha + \frac{\pi}{۲}) = \frac{۴}{۳}$

$-\cot(۲\alpha) = \frac{۴}{۳}$　$\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱ - t^۲\alpha} = \frac{-۳}{۴}$

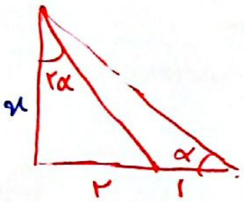
$۳t^۲ - ۸t - ۳ = ۰$

$t \begin{cases} ۳ \\ \frac{-۱}{۳} \times \end{cases}$

$\cot\alpha ?\ \frac{۱}{\tan\alpha} = \frac{۱}{۳}$

---

۳ ⓶



$\tan ۲\alpha = \frac{۲}{x}$

$\tan\alpha = \frac{x}{۳}$

$\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱ - \tan^۲\alpha}$

$\frac{۲}{x} = \frac{\frac{۲x}{۳}}{۱ - \frac{x^۲}{۹}}$　$\frac{۲}{x} = \frac{۶x}{۹ - x^۲}$

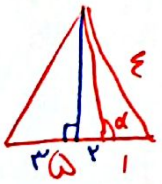
$\hookrightarrow ۸x^۲ = ۱۸$

$x^۲ = \frac{۱۸}{۸}$　$x = \frac{۳}{۲}$

$\cot\alpha = ?\ \frac{۱}{\tan\alpha} = \frac{۱}{\frac{\frac{۳}{۲}}{۳}} = ۲$ ✓

---

۴ ⓶



$\rightarrow$

$\tan(\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{۷}}{۲}$

$\tan(-\alpha) = \frac{\sqrt{۷}}{۲}$

$\tan\alpha = -\frac{\sqrt{۷}}{۲}$

متساوی الساقین

$\tan\alpha = ?\ \frac{-\sqrt{۷}}{۲}$ ✓

---

۵ ⓶

$۲\sin^۲ x + \cos^۲ x = \frac{۴}{۳}$

$۱ + \sin^۲ x = ۱ + \frac{۱}{۳}$

$\sin^۲ x = \frac{۱}{۳}$　$\cos^۲ x = \frac{۲}{۳}$

$\sin x = \pm\frac{\sqrt{۳}}{۳}$　$\cos x = \pm\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

$\tan^۲ = ?\ \frac{\sin^۲}{\cos^۲} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۱}{۲}$ ✓

۱۶ (۳)

$$\frac{\sin^{۴}\alpha + ۴\cos^{۲}\alpha}{۱+\cos^{۲}\alpha} - \frac{\cos^{۴}\alpha + ۴\sin^{۲}\alpha}{۱+\sin^{۲}} = ? \quad \frac{(۱+c^{۲})^{۲}}{۱+c^{۲}} - \frac{(۱+s^{۲})^{۲}}{۱+s^{۲}} = ۱+c^{۲}-۱-s^{۲}$$

$$\sin^{۴} - ۴\sin^{۲} + ۴ = (s^{۲}-۲)^{۲} = (-۱-c^{۲})^{۲} = (۱+c^{۲})^{۲}$$

$\hookrightarrow = c^{۲} - s^{۲} = C۲\alpha$

$\cos(۲\alpha)$ ✓

---

۱۷ (۲)

$\tan\alpha = \frac{۴}{۳} \to \cot\alpha = \frac{۳}{۴}$ $\quad \tan + \cot = \frac{۱}{\sin\cos} = \frac{۲۵}{۱۲}$

ربع سوم

$$\sin\left(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha\right)\cos\left(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha\right) - \tan\left(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}\right)$$

$$+\cos\alpha \times -\sin\alpha \quad - (-\cot\alpha)$$

$$-\sin\cos + \cot\alpha = \frac{-۱۲}{۲۵} + \frac{۳}{۴} = \frac{۲۷}{۱۰۰}$$ ✓

---

۱۸ (۲)

$x = \frac{\pi}{۱۲}$

$$\sin\frac{\pi}{۱۲} = \sin\left(\frac{\pi}{۳}-\frac{\pi}{۴}\right) = S\frac{\pi}{۳}C\frac{\pi}{۴} - S\frac{\pi}{۴}C\frac{\pi}{۳} = \frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{۳}-\frac{\pi}{۴}\right) = C\frac{\pi}{۳}C\frac{\pi}{۴} + S\frac{\pi}{۳}S\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}$$

$۳\cos ۴x + \sqrt{۲}\sin x - \sqrt{۲}\cos x$

$$۳\cos\frac{\pi}{۳} + \sqrt{۲}\sin\frac{\pi}{۱۲} - \sqrt{۲}\cos\frac{\pi}{۱۲} = \frac{۳}{۲} + \sqrt{۲}\left(\sin\frac{\pi}{۱۲} - \cos\frac{\pi}{۱۲}\right) = \frac{۳}{۲} + \sqrt{۲}\left(\frac{-\sqrt{۲}}{۲}\right)$$

$\hookrightarrow = \frac{۱}{۲}$ ✓

---

۱۹ (۲)

$\tan\frac{\alpha}{۲} = \frac{۱}{۴}$ $\quad \frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$

$$\frac{\frac{۸}{۱۵} - ۸k}{۸k - ۱۵k} = \frac{\frac{۸}{۱۵} - \frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷} - \frac{۱۵}{۱۷}} = \frac{\frac{۱۶}{۲۵۵}}{\frac{-۷}{۱۷}} = \frac{-۱۶}{۱۰۵}$$ ✓

$$\tan\alpha = \frac{۲\tan\frac{\alpha}{۲}}{۱-\tan^{۲}\frac{\alpha}{۲}}$$

$\hookrightarrow = \frac{\frac{۱}{۲}}{۱-\frac{۱}{۱۶}} = \frac{۸}{۱۵}$ $\quad \sin = ۸k$, $\cos = ۱۵k$ $\quad ۲۸۹k^{۲} = ۱$, $k = \sqrt{\frac{۱}{۲۸۹}} = \frac{۱}{۱۷}$

---

۲۰ (۱)

$۲\sin\alpha < \sin۲\alpha \to ۲\sin < ۲\sin\cos$ $\begin{cases} \cos > ۱ & ✗ \\ \sin, \cos < ۰ & ✓ \end{cases}$

$\to \sin\alpha(\underbrace{۱-\cos\alpha}_{+}) < ۰ \to \sin\alpha < ۰$

$$\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > ۰ \quad \frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin^{۲}\alpha} > ۰ \to \cos\alpha > ۰$$

~~ربع سوم~~

ربع چهارم

$\alpha =$ کدام ربع ?

۲-

$$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{۴}\right)=\frac{\tan\alpha+۱}{۱-\tan\alpha}=۲ \rightarrow \tan\alpha+۱=۲-۲\tan\alpha$$

$$۳\tan\alpha=۱ \rightarrow \tan\alpha=\frac{۱}{۳} \rightarrow \cot\alpha=\boxed{۳}$$