امیرحسین ۱۱ تیر A تکلیف شماره ۲۷

مساحت $= ۴٫۵$

۱-

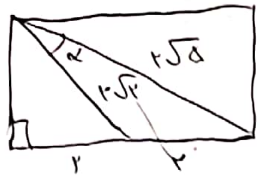
$S = \frac{۱}{۲}\sin\alpha \times ۶ \times \sqrt{۳} = ۴٫۵$

$\sin\alpha = \frac{\cancel{۹}\times\cancel{۲}\sqrt{۳}}{\underset{۲}{\cancel{۶}}\times\cancel{\sqrt{۳}}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$\sin\alpha \begin{cases} \alpha = ۱۲۰^\circ \\ \alpha = ۶۰^\circ \end{cases}$

$\frac{\max}{\min} = \frac{۱۲۰}{۶۰} = ②$

۲-



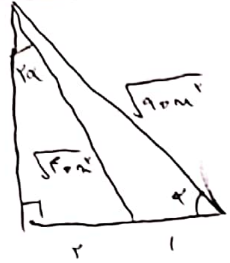
$\cot\alpha = ?$

$۲ = \sqrt{۲\sqrt{۲}^۲ + ۲\sqrt{۵}^۲ - ۲(۲\sqrt{۲}\times ۲\sqrt{۵})\cos\alpha}$

$\left.\begin{array}{l} ۴ = ۲۸ - ۸\sqrt{۱۰}\cos\alpha \\ ۸\sqrt{۱۰}\cos\alpha = ۲۴ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \cos\alpha = \frac{۳}{\sqrt{۱۰}} \\ \sin\alpha = \sqrt{۱ - \frac{۹}{۱۰}} = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}} \end{array}$

$\cot\alpha = \frac{\frac{۳}{\cancel{\sqrt{۱۰}}}}{\frac{۱}{\cancel{\sqrt{۱۰}}}} = ③$

۳-



$\cot\alpha = \frac{۳}{x}$ $\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{۹+x^۲}}$ $\cos\alpha = \frac{۳}{\sqrt{۹+x^۲}}$

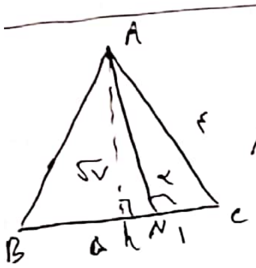
$\tan ۲\alpha = \frac{\sin ۲\alpha}{\cos ۲\alpha} = \frac{۲\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha} = \frac{۲\times\frac{x}{\sqrt{۹+x^۲}}\times\frac{۳}{\sqrt{۹+x^۲}}}{\frac{۹}{۹+x^۲} - \frac{x^۲}{۹+x^۲}} = \frac{\frac{۶x}{\cancel{۹+x^۲}}}{\frac{۹-x^۲}{\cancel{۹+x^۲}}} = \frac{۶x}{۹-x^۲}$

$\tan ۲\alpha = \frac{۲}{x}$

$\frac{۶x}{۹-x^۲} = \frac{۳}{x} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} ۶x^۲ = ۱۸ - ۲x^۲ \\ ۸x^۲ = ۱۸ \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{l} x^۲ = \frac{۹}{۴} \\ x = \underset{\times\ \ \downarrow}{\pm}\frac{۳}{۲} \end{array}$

$\cot\alpha = \frac{۳}{x} = \cancel{۳}\times\frac{۲}{\cancel{۳}} = ②$

۴-



$hC = ۳$

$Ah = \sqrt{۱۶-۹} = \sqrt{۷}$

$AN = \sqrt{۷+۴} = \sqrt{۱۱}$

$\tan\alpha = \frac{\frac{\sqrt{۷}}{\sqrt{۱۱}}}{\frac{-۲}{\sqrt{۱۱}}} = \boxed{\frac{-\sqrt{۷}}{۲}}$

$۴ = \sqrt{۱^۲ + \sqrt{۱۱}^۲ - ۲\sqrt{۱۱}\cos\alpha}$

$\left.\begin{array}{l} ۱۶ = ۱۲ - ۲\sqrt{۱۱}\cos\alpha \\ ۲\sqrt{۱۱}\cos\alpha = -۴ \end{array}\right\} \begin{array}{l} \cos\alpha = \frac{-۲}{\sqrt{۱۱}} \\ \sin\alpha = \sqrt{۱ - \frac{۴}{۱۱}} = \frac{\sqrt{۷}}{\sqrt{۱۱}} \end{array}$

۵-

$۲\sin^۲x + \cos^۲x = \frac{۴}{۳}$

$\underbrace{\cancel{\sin^۲x + \cos^۲x}}_{۱} + \sin^۲x = \frac{۴}{۳}$

$\sin^۲x = \frac{۱}{۳}$

$\cos^۲x = ۱ - \sin^۲ = \frac{۲}{۳}$

$\tan^۲x = \frac{\sin^۲x}{\cos^۲x} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۱}{۲}$

۶-

$\frac{\sin^۴\alpha + ۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha} - \frac{\cos^۴\alpha + ۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha} \longrightarrow \cancel{۲} - \sin^۲\alpha - (\cancel{۲} - \cos^۲\alpha) = \cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha = \boxed{\cos ۲\alpha}$

$\frac{\sin^۴\alpha + ۴(۱-\sin^۲\alpha)}{۱+(۱-\sin^۲\alpha)} = \frac{(۲-\sin^۲\alpha)^{\cancel{۲}}}{\cancel{۲-\sin^۲\alpha}} = ۲ - \sin^۲\alpha$

به این ترتیب قسمت دوم هم $۲ - \cos^۲\alpha$ می‌شود

-۷

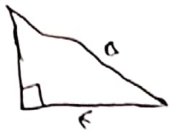
$\tan\alpha = \frac{۴}{۳}$

$\sin\left(\cancel{\frac{۹\pi}{۲}+\alpha}\right)\cos\left(\cancel{\frac{۷\pi}{۲}-\alpha}\right) - \tan\left(\cancel{\alpha-\frac{۳\pi}{۲}}\right) = ?$

$\cos\alpha \times -\sin\alpha - (-\cot\alpha) = -\sin\alpha\cos\alpha + \cot\alpha$

$-\frac{۳}{۵}\times\frac{۴}{۵}+\frac{۳}{۴} = \frac{-۱۲}{۲۵}+\frac{۳}{۴}$

$-\frac{۴۸}{۱۰۰}+\frac{۷۵}{۱۰۰} = \boxed{۰/۲۷}$



-۸

$\frac{\pi}{۱۲} = ۱۵^\circ \qquad ۳\cos ۶۰^\circ + \sqrt{۲}\sin ۱۵^\circ - \sqrt{۲}\cos ۱۵^\circ$

$\sin ۱۵^\circ = \sin(۴۵^\circ - ۳۰^\circ) = \sin ۴۵^\circ \cos ۳۰^\circ - \sin ۳۰^\circ \cos ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}$

$\cos ۱۵^\circ = \cos(۴۵^\circ - ۳۰^\circ) = \cos ۴۵^\circ \cos ۳۰^\circ + \sin ۴۵^\circ + \sin ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}$

$۳\times\frac{۱}{۲} + \sqrt{۲}\left(\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{\underset{۲\sqrt{۲}}{۴}}\right) - \sqrt{۲}\left(\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{\underset{۲\sqrt{۲}}{۴}}\right) = \frac{۳}{۲} + \frac{\cancel{\sqrt{۶}}-\cancel{\sqrt{۲}}-\cancel{\sqrt{۶}}-\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۲\sqrt{۲}}} = \frac{۳}{۲}-۱ = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

-۹

$\frac{\sin\frac{\alpha}{۲}}{\cos\frac{\alpha}{۲}} = \frac{۱}{۴} \qquad (۴\sin\frac{\alpha}{۲})^۲ + \cos^۲\frac{\alpha}{۲} = ۱$

$\sin\frac{\alpha}{۲} = \frac{۱}{\sqrt{۱۷}} \ , \ \cos\frac{\alpha}{۲} = \frac{۴}{\sqrt{۱۷}}$

$\sin\alpha = ۲\sin\frac{\alpha}{۲}\cos\frac{\alpha}{۲} = ۲\times\frac{۱}{\sqrt{۱۷}}\times\frac{۴}{\sqrt{۱۷}} = \frac{۸}{۱۷}$

$\cos\alpha = \cos^۲\frac{\alpha}{۲} - \sin^۲\frac{\alpha}{۲} = \frac{۱۶}{۱۷} - \frac{۱}{۱۷} = \frac{۱۵}{۱۷}$

$\frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{\frac{\frac{۸}{۱۷}}{\frac{۱۵}{۱۷}} - \frac{۸}{۱۷}}{\frac{-۷}{۱۷}} = \frac{\frac{۸}{۱۵}-\frac{۸}{۱۷}}{\frac{-۷}{۱۷}} \rightarrow \frac{۸\times۱۷ - ۸\times۱۵}{۱۵\times\cancel{۱۷}}\times\frac{\cancel{۱۷}}{-۷} = \frac{۱۶}{۱۵}\times\frac{-۱}{۷}$

$= \boxed{\frac{-۱۶}{۱۰۵}}$

-۱۰

$\left.\begin{array}{l} ۲\sin\alpha < \sin ۲\alpha \\ ۲\sin\alpha < ۲\sin\alpha\cos\alpha \end{array}\right\} \quad \cos\alpha > ۰$

اما اگر $\cos\alpha = ۱$ باشد $\sin\alpha$ عددی منفی بوده که باعث این اتفاق شده ← $\sin\alpha < ۰$

با عددگذاری ۴۵° هم نامعادله جواب نمی دهد

اما با -۴۵° جواب می دهد

$\left.\begin{array}{l} \cos\alpha > ۰ \\ \sin\alpha < ۰ \end{array}\right\}$ $\boxed{\text{ربع چهارم}}$