شهاب محقق تکلیف ۳ کلاس شنبه ها

سوال ۱)

الف) $y = \dfrac{x+3}{2x^3+3x^2-8x+3}$ $\Rightarrow$ مجموع ضرایب صفر

پس عبارت بر $x-1$ بخش پذیره

$$
\begin{array}{l|l}
2x^3+3x^2-8x+3 & x-1 \\ \hline
\mp 2x^3 \pm 2x^2 & 2x^2+5x-3 \\ \hline
\quad 5x^2-8x & \\
\mp 5x^2 \pm 5x & \\ \hline
\quad\quad -3x+3 & \\
\quad\quad \pm 3x \mp 3 & \\ \hline
\quad\quad\quad 0 &
\end{array}
$$

$$\Rightarrow 2x^2+5x-3 \xrightarrow{\times 2} \frac{1}{2}(4x^2+10x-6) = \frac{(2x+6)(2x-1)}{2}$$

$$= (x+3)(2x-1)$$

$$y = \frac{(x+3)}{(x-1)(x+3)(2x-1)}$$

★ مضاعف

x		-3		$\frac{1}{2}$		1	
$p(x)$	+	ǂ	+	ǂ	−	ǂ	+

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -3) \cup (-3, \tfrac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$$

ب) $y = \dfrac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3}$ $\Rightarrow$ مجموع ضرایب توان های زوج

با مجموع ضرایب توان های فرد

برابر و عبارت بر $x+1$ بخش پذیره

$$
\begin{array}{l|l}
2x^3+9x^2+10x+3 & x+1 \\ \hline
\mp 2x^3 \mp 2x^2 & 2x^2+7x+3 \\ \hline
\quad 7x^2+10x & \\
\mp 7x^2 \mp 7x & \\ \hline
\quad\quad 3x+3 & \\
\quad\quad \mp 3x \mp 3 & \\ \hline
\quad\quad\quad 0 &
\end{array}
$$

$$\Rightarrow 2x^2+7x+3 \xrightarrow{\times 2} \frac{1}{2}(4x^2+14x+6)$$

$$= \frac{(2x+6)(2x+1)}{2} = (x+3)(2x+1)$$

$$y = \frac{(x+3)}{(x+1)(x+3)(2x+1)}$$

★ مضاعف

x		-3		-1		$-\frac{1}{2}$	
$p(x)$	+	ǂ	+	ǂ	−	ǂ	+

$$D_f = (-\infty, -3) \cup (-3, -1) \cup (-\tfrac{1}{2}, +\infty)$$

CS CamScanner

سوال ۲)

الف) $y = \dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1} \Rightarrow x^3-2x^2+2x-1=0$

مجموع ضرایب صفره پس عبارت بر $x-1$ بخش‌پذیره

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2+2x-1 & x-1 \\ \cline{2-2} \mp x^3 \pm x^2 & x^2-x+1 \\ \cline{1-1} \quad -x^2+2x & \\ \quad \pm x^2 \mp x & \\ \cline{1-1} \qquad x-1 & \\ \qquad \mp x \pm 1 & \\ \cline{1-1} \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow (x-1)(x^2-x+1)=0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}-\{1\}$

اینکه همیشه و نیز هست بزرگتر از صفره

$\left.\begin{array}{l}\Delta = (-1)^2-4(1)(1) < 0 \\ a>0\end{array}\right\} \rightarrow$ همواره مثبت

ب) $y = \sqrt{\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}}$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2+2x-1 & x-1 \\ \cline{2-2} \mp x^3 \pm x^2 & x^2-x+1 \\ \cline{1-1} \quad -x^2+2x & \\ \quad \pm x^2 \mp x & \\ \cline{1-1} \qquad x-1 & \\ \qquad \mp x \pm 1 & \\ \cline{1-1} \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$y = \sqrt{\dfrac{x+3}{(x-1)(x^2-x+1)}}$

x		-3		1	
$P(x)$	+	0	−	ت ن	+

که همیشه که همواره مثبته

$\left.\begin{array}{l}\Delta = (-1)^2-4(1)(1) < 0 \\ a>0\end{array}\right\} \rightarrow$ همواره مثبت

$\Rightarrow D_f = (-\infty, -3] \cup (1, +\infty)$

سوال ۳)

$y = \dfrac{2}{x^2-5|x-1|-2x+5}$ $\qquad x^2-5|x-1|-2x+5$

$$\begin{cases} x>1 & x^2-5(x-1)-2x+5 = x^2-5x+5-2x+5 = x^2-7x+10 = (x-2)(x-5) \\ x\leq 1 & x^2-5(1-x)-2x+5 = x^2-5+5x-2x+5 = x^2+3x = (x)(x+3) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x>1\ ; & x=2,5 \ ✓ \\ x\leq 1\ ; & x=0,-3 \ ✓ \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0,-3,2,5\}$$

CamScanner

سوال ۴)

الف) $y=\frac{x+۳}{|۲x+۱|-|x+۳|}$

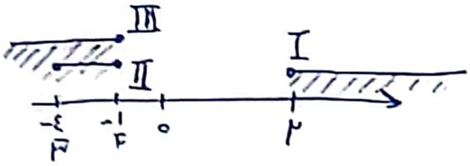
$$|۲x+۱|-|x+۳|=۰ \Rightarrow \begin{cases} x>-\frac{۱}{۲}\,;\ (۲x+۱)-(x+۳)=x-۲ \Rightarrow x=۲ \\ -۳<x<-\frac{۱}{۲}\,;\ (-۲x-۱)-(x+۳)=-۳x-۴ \Rightarrow x=-\frac{۴}{۳} \\ x<-\frac{۱}{۲}\,;\ (-۲x-۱)-(-x-۳)=-x+۲ \Rightarrow x=۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-\frac{۱}{۲}\,;\ x=۲ \ \checkmark \\ -۳<x<-\frac{۱}{۲}\,;\ x=\frac{-۴}{۳} \ \checkmark \\ x<-\frac{۱}{۲}\,;\ x=۲ \ \times \end{cases} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\left\{۲, -\frac{۴}{۳}\right\}$$

ب) $y=\sqrt{|۲x+۱|-|x+۳|}$

$$|۲x+۱|-|x+۳|\geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} x>-\frac{۱}{۲}\,;\ (۲x+۱)-(x+۳)=x-۲ \Rightarrow x\geq ۲ \\ -۳\leq x\leq -\frac{۱}{۲}\,;\ (-۲x-۱)-(x+۳)=-۳x-۴ \Rightarrow x\geq -\frac{۴}{۳} \\ x<-\frac{۱}{۲}\,;\ (-۲x-۱)-(-x-۳)=-x+۲ \Rightarrow x\leq ۲ \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} x>-\frac{۱}{۲}\,;\ x\geq ۲ \xrightarrow{\cap} x\geq ۲ \ \checkmark \ \text{I} \\ -۳<x<-\frac{۱}{۲}\,;\ x\geq -\frac{۴}{۳} \xrightarrow{\cap} -\frac{۴}{۳}\leq x\leq -\frac{۱}{۲} \ \checkmark \ \text{II} \\ x<-\frac{۱}{۲}\,;\ x\leq ۲ \xrightarrow{\cap} x<-\frac{۱}{۲} \ \checkmark \ \text{III} \end{cases}\right\} \xRightarrow[\cup]{\text{III}, \text{II}, \text{I}}$$



$\xRightarrow{\text{III}, \text{II}, \text{I}} (-\infty, -\frac{۱}{۲}] \cup [۲, +\infty)$

سوال ۵)

الف) $y=\log_۲(۱-\log_۳^x)$ $\quad x>۰ \ \text{I}$

$۱-\log_۳^x>۰ \quad \log_۳^x<۱ \quad x<۳ \ \text{II}$

$\xrightarrow{\text{I}\cap\text{II}} ۱<x<۳ \Rightarrow D_f=(۱, ۳)$

ب) $y=\log_۲(۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^x)$ $\quad x>۰ \ \text{I}$

$۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^x>۰ \quad \log_{\frac{۱}{۲}}^x<۱ \xrightarrow{۰<\frac{۱}{۲}<۱} x>\frac{۱}{۲}$

$\xrightarrow[\cap]{\text{II}, \text{I}} x>\frac{۱}{۲} , D_f=(\frac{۱}{۲}, +\infty)$

CamScanner

سوال ۶-

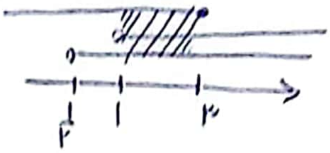
$f(x) = \sqrt{\log_{۰/۵} \log_{۵}^{(۲x-۱)}}$ $\quad ۲x-۱ > ۰ \quad x > \frac{۱}{۲}$ I

$\log_{۵}^{۲x-۱} > ۰ \quad ۲x-۱ > \underset{۱}{\cancel{۵^۰}} \quad ۲x > ۲ \quad x > ۱$ II

$-\log_{۰/۵} \log_{۵}^{۲x-۱} \geq ۰ \xrightarrow{۰<۰/۵<۱} \log_{۵}^{۲x-۱} \leq \underset{۱}{\cancel{۰/۵^۰}} \quad ۲x-۱ \leq ۵ \Rightarrow ۲x \leq ۶$

$, x \leq ۳$ III

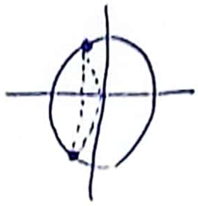
$\xrightarrow[\cap]{\text{III}, \text{II}, \text{I}}$



$D_f = (۱, ۳]$

سوال ۷-

الف) $y = \log(۲\cos x + ۱) \quad ۲\cos x + ۱ > ۰ \quad ۲\cos x > -۱ \quad \cos x > -\frac{۱}{۲}$



$\Rightarrow D_f = (۲k\pi - \frac{۲\pi}{۳}, ۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳})$

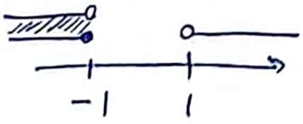
ب) $y = \sqrt{\log \frac{x-۱}{x+۱}}$ $\quad \frac{x-۱}{x+۱} > ۰$ $\quad \begin{array}{c|ccccc} x & & -۱ & & ۱ & \\ \hline p(x) & + & \emptyset & - & ۰ & + \end{array}$ $\quad (-\infty, -۱] \cup (۱, +\infty)$ I

$\log \frac{x-۱}{x+۱} \geq ۰ \quad \frac{x-۱}{x+۱} \geq ۱۰^۰ \Rightarrow \frac{x-۱}{x+۱} \geq ۱ \quad \frac{x-۱}{x+۱} - \frac{x+۱}{x+۱} \geq ۰$

$\Rightarrow \frac{x-۱-x-۱}{x+۱} \geq ۰ \quad \frac{-۲}{x+۱} \geq ۰ \Rightarrow \frac{۲}{x+۱} \leq ۰$

$\begin{array}{c|ccc} x & & -۱ & \\ \hline p(x) & - & \emptyset & + \end{array}$ $\quad (-\infty, -۱)$ II

$\xrightarrow[\cap]{\text{II}, \text{I}}$



$D_f = (-\infty, -۱)$

سوال ۸-

$f(x) = \sqrt{(a+۲)x^۲ + ax + b} \xrightarrow[D_f]{} = (-\infty, ۳]$

$\begin{array}{c|ccc} x & & ۳ & \\ \hline f(x) & + & \phi & - \end{array}$ $\Rightarrow$ این نوع جدول تعیین علامت تنها متعلق به یک تابع درجه یک (معادله خط) با $x=۳$ و یا ریشه ۳ است

$\Rightarrow (a+۲) = ۰ \Rightarrow a = -۲$

$-۲x + b \Rightarrow -۲(۳) + b = ۰ \quad b = ۶$

سوال ۹)

$f(x) = \sqrt{x^2+2x+2-m^2} \longrightarrow D_f = \mathbb{R}$

اگه صفر هم بشه مشکلی نداره

دامنه همین $\Delta \le 0$ شد!

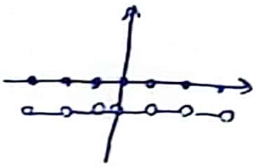
$\Rightarrow \begin{matrix} a > 0 \\ \Delta \le 0 \end{matrix} \Rightarrow \Delta = (2)^2 - 4(1)(2-m^2) \le 0 \Rightarrow 4-8+4m^2 \le 0$.

$\Rightarrow 4m^2 \le 4 \quad m^2 \le 1 \Rightarrow -1 \le m \le 1 \Rightarrow m_{max} - m_{min} = 1-(-1) = 2$

سوال ۱۰)

$f(x) = \dfrac{\sqrt{4-x^2}}{[x]+[-x]+1}$

$[x]+[-x] \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \to 0 \\ x \notin \mathbb{Z} \to -1 \end{cases}$



$[x]+[-x]+1 = 0 \quad [x]+[-x] = -1 \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \quad \underline{I}$

$4-x^2 \ge 0 \quad x^2 \le 4 \quad -2 \le x \le 2 \Rightarrow (-2,2) \quad \underline{II}$

$\xrightarrow{\underline{II} \cap \underline{I}} \quad D_f = \{-1, 0, 1\}$