ریاضی تکمیلی یازدهم A

۱- الف)

$f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} \Rightarrow \frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{x(x-1)}\leq 0$

$\begin{array}{ccccccc} & 0 & & \frac{1}{2} & & 1 & \\ - & & + & & - & & + \end{array} \Rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب)

$f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}=\dfrac{\frac{x-2x-2}{x(x+1)}}{\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}}=\dfrac{\frac{-x-2}{x(x+1)}}{\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-2,-1,0,1,-\frac{5}{4}\}$

۲- الف)

$f(x)=\sqrt{((\frac{1}{2})^x-4)(32-4^x)} \longrightarrow ((\frac{1}{2})^x-4)(32-4^x)\geq 0$

$\begin{array}{ccccc} & -2 & & \frac{5}{2} & \\ + & & - & & + \end{array} \longrightarrow D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب)

$\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{x+1}=3 \Rightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

$\Rightarrow$ ① $x-1\geq 0 \Rightarrow \boxed{x\geq 1}$

② $3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \Rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \Rightarrow x-1\leq 81 \Rightarrow \boxed{x\leq 82}$ $\Rightarrow D_f=[1,82]$

۳-

$f(x)=\dfrac{\log_4^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1} \Rightarrow$

① $x^2-x-2>0 \Rightarrow (x-2)(x+1) \Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

② $x^2-1\geq 0 \Rightarrow x^2\geq 1 \Rightarrow (-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

③ $\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \Rightarrow \boxed{\sqrt{x^2-1}\neq -1}$ همیشه برقراره

$\cap \Rightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴-

$-x^2+ax+3\geq 0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow -4-2a+3=0 \Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

$-x^2-\frac{1}{2}a+3 \Rightarrow \boxed{x_2=\frac{3}{2}} \Rightarrow \boxed{a+b=1}$

b

۵-

$g(x)=\sqrt{f(x)-x} \Rightarrow f(x)-x\geq 0$

$f(x)=\begin{cases}3x-2, & x\geq 1\\ 2x+3, & x<1\end{cases} \Rightarrow f(x)-x\begin{cases}2x-2, & x\geq 1\\ x+3, & x<1\end{cases} \Rightarrow$

$2x-2\geq 0 \Rightarrow x\geq 1$, $x\geq 1$ $\xrightarrow{\cap}$ $x\geq 1$ (I)

$x<1,\ x+3\geq 0$, $\Rightarrow x\geq -3$ $\xrightarrow{\cap}$ $-3\leq x<1$ (II)

$I\cup II \Rightarrow -3\leq x \Rightarrow D_f=[-3,+\infty)$

$۲f(۵) = f(-۲) + a \Rightarrow ۲ \times (۷a + ۷) = ۳a - ۴ + a \Rightarrow ۱۴a + ۱۴ = ۴a - ۴$ ۱۶

$\Rightarrow a = -۱٫۸$

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{۱}{\sqrt{x}} + ۲ = \sqrt{\left(x + \frac{۱}{x} + ۲\right)} + ۲$ ۱۷

$(۲ + \sqrt{۳}) \times (۲ - \sqrt{۳}) = ۱ \Rightarrow f(۲ + \sqrt{۳}) + f(۲ - \sqrt{۳}) = ۲f(۲ + \sqrt{۳})$

$f(۲ + \sqrt{۳}) = \sqrt{۲ + \sqrt{۳} + \frac{۱}{۲ + \sqrt{۳}} + ۲} + ۲ = ۲ + \sqrt{۶} \Rightarrow ۲f(۲ + \sqrt{۳}) = ۴ + ۲\sqrt{۶}$

$۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \xrightarrow{\times ۲} ۴f(x) - ۶f(-x) = ۸x^۲ - ۲x$ ۱۸

$۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x \xrightarrow{\times ۳} ۶f(-x) - ۹f(x) = ۱۲x^۲ + ۳x$ $\Rightarrow -۵f(x) = ۲۰x^۲ + x$

$\Rightarrow f(x) = -۴x^۲ - \frac{۱}{۵}x$

$(x + ۲)f(x) - ۲xf(x + ۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$ ۱۹

$\Rightarrow x = -۲ \Rightarrow ۶f(۰) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱ = ۵m + ۱۵$ $\Big\}$ $۵m + ۱۵ = ۹m - ۳ \Rightarrow m = ۴٫۵$

$\Rightarrow x = ۰ \Rightarrow ۲f(۰) = ۳m - ۱ \Rightarrow ۶f(۰) = ۹m - ۳$

$\Rightarrow ۶f(۰) = ۲۲٫۵ + ۱۵ = ۳۷٫۵ \Rightarrow f(۰) = ۶٫۲۵$

$x = -۱ \Rightarrow f(-۱) + f(-۱) = \frac{۳ + ۱۲ + ۳}{-۱}$ ۲۰

$\Rightarrow ۲f(-۱) = -۱۸ \Rightarrow f(-۱) = -۹$