شیوا محمدی تکلیف ۴ کلاس دوشنبه‌ها

19

سوال ۱-

(۴)

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$

$$\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \qquad \frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \qquad \frac{(x-1-x)(x-1+x)}{x(x-1)}\geq 0 \Rightarrow \frac{-(2x-1)}{x(x-1)}\geq 0$$

x		0		$\frac{1}{2}$		1	
	$+$	∄	$-$	0	$+$	∄	$-$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$ ✓

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}=\dfrac{\frac{x-2(x+1)}{x(x+1)}}{\frac{3(x+2)+(x-1)}{(x-1)(x+2)}}=\dfrac{\frac{-x-2}{x(x+1)}}{\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}}$

$x(x+1)=0 \rightsquigarrow x=0,-1$

$4x+5=0 \rightsquigarrow x=-\frac{5}{4}$

$(x-1)(x+2) \rightsquigarrow x=1,-2$

✓ $D_f=\mathbb{R}-\{0,-1,-\frac{5}{4},1,-2\}$

سوال ۲-

(۲)

الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)}$

به ازای xها بالاتر از ریشه منفی — به ازای xهای بالاتر از ریشه منفی

سمت راست ریشه‌های بزرگتر مثبت

$\left(\frac{1}{3}\right)^x=9 \Rightarrow x=-2$

$32=4^x \Rightarrow x=\frac{5}{2}$

x		-2		$\frac{5}{2}$	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$ ✓

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \qquad x-1\geq 0 \quad x\geq 1 \quad \text{I}$

$\Rightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \Rightarrow 3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \qquad \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \qquad x-1\leq 81$

$x\leq 82 \quad \text{II}$

$\xrightarrow[\cap]{\text{I},\ \text{II}} 1\leq x\leq 82 \Rightarrow D_f=[1,82]$ ✓

CamScanner

سوال ۳ـ (۲)

$$f(x)=\frac{\log(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \Rightarrow \sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \quad \sqrt{x^2-1}\neq -1 \checkmark$$ همواره برقرار

$$\log^{x^2-x-2} \Rightarrow x^2-x-2>0 \quad (x-2)(x+1)>0$$

x		-1		2	
	+	0	−	0	+

$(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ I

$x^2-1\geq 0 \quad x^2\geq 1 \quad \begin{cases} x\geq 1 \\ x\leq -1\end{cases}$ II

I ∩ II $\Rightarrow$ (روی محور: -1، 1، 2)

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ ✓

سوال ۴ـ (۴)

$$\sqrt{3+ax-x^2} \rightarrow D_f=[-2,b] \rightarrow$$

عبارت درجه ۲ وقتی این شکلی دامنه دارد یعنی ۲ ریشه دارد و علامت بین ۲ ریشه + بود

a, c مختلف العلامت پس این عبارت همواره ریشه دارد!

$$x=-2 \Rightarrow 3+a(-2)-(-2)^2=0 \quad 2a=-1 \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow S=\frac{-b}{a}=-\frac{(-\frac{1}{2})}{-1}=-\frac{1}{2} \Rightarrow -2+b=-\frac{1}{2} \Rightarrow b=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a+b=(-\frac{1}{2})+(\frac{3}{2})=1 \checkmark$$

سوال ۵ـ (۴)

$$f(x)=\begin{cases}3x-2 \ ; x\geq 1\\ 2x+3 \ ; x<1\end{cases} \qquad g(x)=\sqrt{f(x)-x} \Rightarrow f(x)-x\geq 0 \rightarrow f(x)\geq x$$

$$\begin{cases}3x-2\geq x \Rightarrow 2x\geq 2 \Rightarrow x\geq 1 \ ; x\geq 1 \rightarrow \text{همواره برقرار} \checkmark \\ 2x+3\geq x \Rightarrow x\geq -3 \ ; x<1 \Rightarrow -3\leq x<1 \end{cases} \Rightarrow D_g=[-3,+\infty) \checkmark$$

سوال ۶ـ (۱٫۵)

$$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) \ ; x>1\\ 3a+2x \ ; x\leq 1\end{cases}$$

$$2f(5)=f(-2)+a$$

$$2(a+1)(5+2)=3a+2(-2)+a$$

$$14a+14=4a-4+a \Rightarrow 10a=-18 \Rightarrow a=-1.8$$

سوال ۷ـ (۴)

$$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \qquad f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3}) \quad \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{4-3}}$$

$$\sqrt{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+2+\sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+2 \Rightarrow \begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}\times\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{4-3}}\end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2+\sqrt{3}}+2\sqrt{2-\sqrt{3}}+4=\sqrt{2}\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}\right)+4$$

$$=\sqrt{2}\left(\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}\right)+4=\sqrt{2}(\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1)+4$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}(2\sqrt{3})+4=2\sqrt{6}+4=2(\sqrt{6}+2) \checkmark$$

CamScanner