نام و نام خانوادگی ابوالفضل ایزدفضلی   پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۵ کلاس یازدهم

۱

$f(x)=(\frac{۱}{۲})^{x-۲}-۱ \longrightarrow f(x+۱)=(\frac{۱}{۲})^{x+۱-۲}-۱=(۲^{-۱})^{x-۱}-۱=۲^{۱-x}-۱$

$y=\sqrt{x^۳f(x+۱)} \Rightarrow x^۳.f(x+۱)\geqslant ۰ \longrightarrow x^۳(۲^{۱-x}-۱)\geqslant ۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \begin{cases}\alpha=۱\\ \beta=۰\end{cases}$

$\begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۱ & \\ - & | & + & | & - \end{array} \Longrightarrow D_f=[۰,+۱]$

۲

$f(-x)=\sqrt{-x+|۲-x|} \Longrightarrow \begin{cases} f(-x)=\sqrt{-x+x-۲}=\sqrt{-۲}\ ; \ x\leqslant ۲ \\ f(-x)=\sqrt{-x+۲-x}=\sqrt{-۲x+۲}\ ; \ x\geqslant ۲\end{cases}$

$\longrightarrow -x+|۲-x|\geqslant ۰ \Longrightarrow \begin{cases} -۲\geqslant ۰ \ \text{غیرممکن} \\ \text{یا} \\ -۲x+۲\geqslant ۰ \rightarrow x\leqslant ۱\end{cases} \Longrightarrow D_f=(-\infty,۱]$

۳

$\frac{x-۱}{f(x)}\geqslant ۰ \xrightarrow{f(x)\ \text{ریشه}:\ -۴,۲,۳} \begin{array}{ccccccccc} & -۴ & & ۱ & & ۲ & & ۳ & \\ - & | & + & | & - & | & + & | & - \\ & \text{تن} & & & & \text{تن} & & \text{تن} & \end{array}$

$\Longrightarrow D_f=(-۴,۱]\cup(۲,۳)$

۴

$y_۱=\frac{۱}{۹x^۴-۷x^۲-۴x-۳} \longrightarrow D_{y_۱}=D_{y_۲} \longrightarrow \text{ضابطه‌ای} \longrightarrow \text{۲ تابع برابر}$

$y_۲=\frac{۱}{۳x^۲+ax+b} \Longrightarrow ۹x^۴-۷x^۲-۴x-۳=\underbrace{(۳x^۲+x+۱)}_{}\overset{\text{جواب}\ \oplus}{}(۳x^۲-x-۳)$

$۳x^۲+ax+b=۳x^۲-x-۳ \Longrightarrow \begin{cases}a=-۱\\ b=-۳\end{cases} \Longrightarrow \sqrt{-(a+b)}=\sqrt{-(-۱-۳)}=\boxed{۲}$

۵

$f(x)=x^۳+x=x(x^۲+۱)$

$f(x)\geqslant f(\frac{۴}{x}) \longrightarrow x(x^۲+۱)\geqslant \frac{۴}{x}(\overbrace{\frac{۱۶}{x^۲}+۱}^{\frac{۱۶+x^۲}{x^۲}}) \Longrightarrow x(x^۲+۱)\geqslant \frac{۶۴+۴x^۲}{x^۳}$

$\Longrightarrow x^۳+x-\frac{۶۴+۴x^۲}{x^۳}\geqslant ۰ \Longrightarrow \frac{x^۶+x^۴-۴x^۲-۶۴}{x^۳}\geqslant ۰$

$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & ۲ & \\ + & | & - & | & + \end{array} \longrightarrow D_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

۶	$f(x^۳+x)=۲x^۲-۱ \Rightarrow \begin{cases} x=۲ \Rightarrow x^۳+x=۱۰ \Rightarrow f(۱۰)=۲(۲)^۲-۱=۷ \\ x=۱ \Rightarrow x^۳+x=۲ \Rightarrow f(۲)=۲(۱)^۲-۱=۱ \end{cases}$ $\Rightarrow f(۲)+f(۱۰)=۱+۷=\boxed{۸}$
۷	$f(x)=x^۳-۶x^۲+۱۲x=(x-۲)^۳+۸$ $g(x)=x^۳+۹x^۲+۲۷x=(x+۳)^۳-۲۷ \Longrightarrow$ $f(\sqrt[۳]{۲}+۲)=((\sqrt[۳]{۲}\cancel{+۲})\cancel{-۲})^۳+۸=۲+۸=\boxed{۱۰}$ $g(\sqrt[۳]{۷}-۳)=((\sqrt[۳]{۷}-۳)+۳)^۳-۲۷=۷-۲۷=\boxed{-۲۰}$ $\Big\} \longrightarrow \frac{g(\sqrt[۳]{۷}-۳)}{f(\sqrt[۳]{۲}+۲)}=\frac{-۲۰}{۱۰}=\boxed{-۲}$
۸	$x=۴ \longrightarrow f(۴)+g(۴)=\sqrt{۴+۴\sqrt{۰}}+\sqrt{۴-۴\sqrt{۰}}=\boxed{a+b\sqrt{۴+c}=۴}\ I$ $x=۵ \longrightarrow f(۵)+g(۵)=\sqrt{۵+۴\sqrt{۱}}+\sqrt{۵-۴\sqrt{۱}}=\boxed{a+b\sqrt{۵+c}=۴}\ II$ $\Longrightarrow I=II$ $\Rightarrow a+b\sqrt{۵+c}=a+b\sqrt{۴+c}=۴ \Longrightarrow ۵+c=\pm ۴+c \Longrightarrow c=\frac{۱}{۲}$
۹	$f(x)=\frac{x+۲}{x^۲-۴x+۳} \Longrightarrow D_f=\mathbb{R}-\{۱,۳\}$ $D_{\frac{g}{f}}=D_g \cap D_f-\{x \mid f(x)=۰\} \Rightarrow D_{\frac{g}{f}}=\{۰,۲\}$ $\Longrightarrow \frac{g}{f}=\{(۰,\frac{۴}{\frac{۲}{۳}}),(۲,\frac{۱}{-۴})\}=\boxed{\{(۰,۶),(۲,-\frac{۱}{۴})\}}$
۱۰	الف) $f(۲x)=\{(-\frac{۱}{۲},۶),(\frac{۱}{۲},۲),(\frac{۳}{۲},-۱),(۲,۲)\}$ ب) $f(x^۲)=\{(۱,۲),(-۱,۲),(\sqrt{۳},-۱),(-\sqrt{۳},-۱)\ (۲,۲)\ (-۲,۲)\}$ ج) $۲g^۲(x)+۱=\{(-۲,۱۹),(۱,۳),(۳,۹),(-۱,۱)\}$ د) $۲\frac{f}{g}=\{(-۱,\cancel{۱۲}),(۱,-۴),(۳,-۱)\}=\boxed{\{(۱,-۴)(۳,-۱)\}}$