

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x \rightarrow y = (x-1)^3 + 1 \rightarrow (x-1)^3 = y-1$
 $\rightarrow x-1 = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} + 1 \rightarrow y = \mathbb{R} \checkmark$

ب) $y = \frac{1}{x^2 - 2x} \rightarrow y = \frac{1}{(x-1)^2 - 1} \rightarrow y(x-1)^2 - y = 1$
 $\rightarrow y(x-1)^2 = y+1 \rightarrow (x-1)^2 = \frac{y+1}{y} \rightarrow x-1 = \sqrt{\frac{y+1}{y}} \rightarrow x = \sqrt{\frac{y+1}{y}} + 1$

الف) $y = x^2 - 4x + 6 \xrightarrow{\min y} -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{16-40+24}{4} = 4 \rightarrow y = [4, +\infty) \checkmark$

ب) $y = -x^2 + 4x + 2 \xrightarrow{\max y} -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{16+4+4}{-4} = 12 \rightarrow y = (-\infty, 12] \checkmark$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3} \xrightarrow{\min y} \sqrt{-\frac{\Delta}{4a}} = \sqrt{-\frac{16+12}{4}}$ چون زیر رادیکال منفی است و ریشه داری مقدار قابل قبول = 0 $y = [0, +\infty) \checkmark$

د) $y = \sqrt{4x - x^2} \xrightarrow{\max y} \sqrt{-\frac{\Delta}{4a}} = \sqrt{-\frac{16}{-4}} = 2 \rightarrow y = [0, 2] \checkmark$

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1 \xrightarrow{\text{بزرگترین توان فر}} y = \mathbb{R} \checkmark$

ب) $y = x^4 - 4x^3 + 3x + 2 \xrightarrow{\text{بزرگترین توان فر}} y = \mathbb{R} \checkmark$

ج) $y = \sqrt{x^4 - 4x^2 + 5x + 1} \xrightarrow{\text{بزرگترین توان فر}} y = \sqrt{\mathbb{R}} = [0, +\infty) \checkmark$

د) $y = (x^5 - 4x^2 + 3x + 1)^2 \xrightarrow{\text{بزرگترین توان فر}} y = \mathbb{R}^2 = [0, +\infty) \checkmark$

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2} \xrightarrow{\text{ساده نمی شود پس همگرا نیست}} y = \mathbb{R} - \{3\} \checkmark$

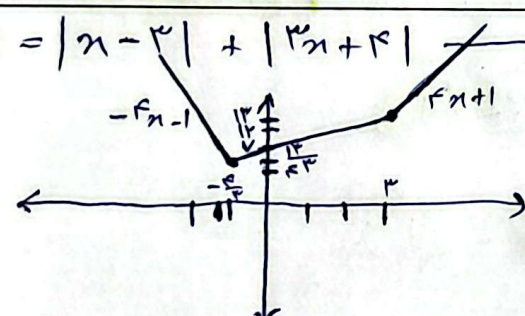
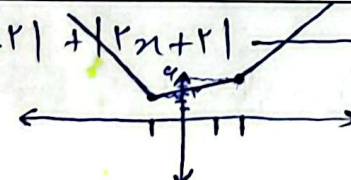
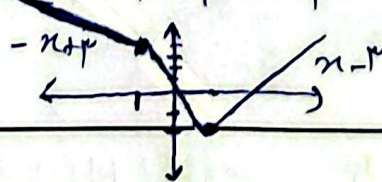
ب) $y = \frac{2x+1}{x+1} \xrightarrow{\text{ساده نمی شود پس همگرا نیست}} y = \mathbb{R} - \{2\} \checkmark$

الف) $y = \sqrt{\frac{2x+3}{x+1}} \xrightarrow{\text{در دن رادیکال ساده نمی شود پس همگرا نیست}} y = \sqrt{\mathbb{R} - \{2\}} = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\} \checkmark$

ب) $y = \sqrt{\frac{3x+1}{2-x}} \xrightarrow{\text{در دن رادیکال ساده نمی شود پس همگرا نیست}} y = \sqrt{\mathbb{R} - \{2\}} = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}$
 $\frac{a}{c} = -3$

سوال ۱ $\rightarrow$ مستقیم $\rightarrow \frac{-1}{+4 - 4} \rightarrow y = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$

باید نمودارشان در رسم کردی

الف) $y = \frac{2x-3}{x+1} \rightarrow xy+y=2x-3 \rightarrow xy-2x=-y-3$ $\rightarrow x(y-2)=-y-3 \rightarrow x = \frac{-y-3}{y-2} \rightarrow \frac{-\frac{3}{y} - \frac{3}{1}}{-\frac{1}{y} + \frac{2}{1}} \rightarrow y = [-3, 2)$	5
ب) $y = \frac{2x-1}{x+2} \rightarrow xy+2y=2x-1 \rightarrow xy-2x=-2y-1$ $\rightarrow x(y-2)=-2y-1 \rightarrow x = \frac{-2y-1}{y-2} \rightarrow \frac{-\frac{1}{y} - \frac{2}{1}}{-\frac{1}{y} + \frac{2}{1}} \rightarrow y = [-\frac{1}{2}, 2)$	6
الف) $y = \sin x + \frac{1}{\sin x} \xrightarrow{\sin x > 0} y = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ✓	7
ب) $y = \frac{x^2+1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} \xrightarrow{x^3 > 0} y = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ✓	8
ج) $y = \frac{\sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{\sqrt[3]{x} > 0} y = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ✓	9
د) $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \xrightarrow{\sqrt{x} > 0} y = [2, +\infty)$ ✓	10
الف) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+3} = (x^2+3) + \frac{1}{(x^2+3)} - 3$ $\xrightarrow{x^2+3 > 0} y = [\frac{10}{3}, +\infty)$ جواب نیست $\xrightarrow{x^2+3 < 0} y = [-\frac{1}{3}, +\infty)$ ✓	11
ب) $\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+4}} \rightarrow \frac{x^2+4+1}{\sqrt{x^2+4}} = \sqrt{x^2+4} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} \xrightarrow{\sqrt{x^2+4} > 0} y = [\frac{5}{2}, +\infty)$ ✓	12
$y = x-3 + 3x+3 $ 	13
الف) $y = x-2 + 2x+2 $  $y = [3, +\infty)$ ✓	14
ب) $y = 2x-2 - x+1 $  $y = [-2, +\infty)$ ✓	15