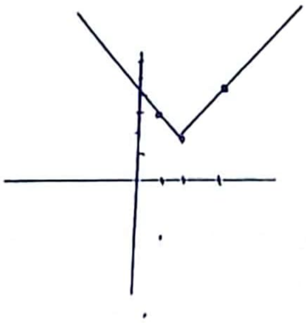
۱۹٫۲۵

سها ب محقق   تکلیف ۷   کلاس دوشنبه‌ها

سوال ۱] ②

الف) $y = x + |2x-4|$

روش اول
$x=2 \Rightarrow y=2$
$x=3 \Rightarrow y=5$
$x=1 \Rightarrow y=3$



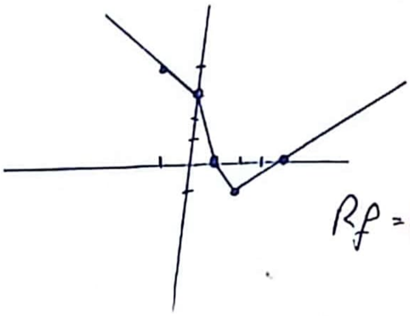
روش دوم: $\begin{cases} x \geq 2 & 3x-4 \\ x<2 & -x+4 \end{cases}$

$x+(-(2x-4)) = -x+4$

$R_f = [2, +\infty)$ ✓

ب) $y = |x-2| + |x-1| - |x|$

$x=2 \Rightarrow y=-1$
$x=1 \Rightarrow y=0$
$x=0 \Rightarrow y=3$
$x=3 \Rightarrow y=0$
$x=-1 \Rightarrow y=4$



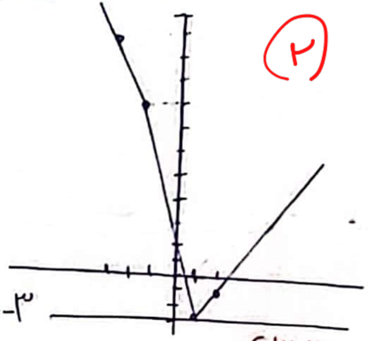
$R_f = [-1, +\infty)$ ✓

سوال ۲) اینجا اومده $|3x-3|-|x+2| = y$ رو با خط $y=k$ قطع داده و فقط تو ۲ نقطه متقاطعش کرده ②

راه اول:

$$|3x-3|-|x+2| \begin{cases} x \geq 1 & (3x-3)-(x+2) = 2x-5 \\ -2 \leq x \leq 1 & (3-3x)-(x+2) = -4x+1 \\ x \leq -2 & (3-3x)-(-x-2) = -2x+5 \end{cases}$$

راه دوم:
$x=1 \Rightarrow y=-3$
$x=-2 \Rightarrow y=8$
$x=2 \Rightarrow y=-1$
$x=-3 \Rightarrow y=11$

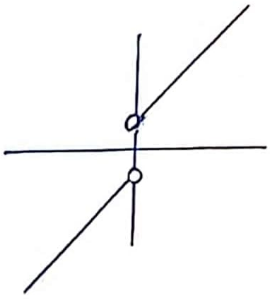


✓ $k=-3$ ⇐ فقط در صورتی جواب داره که این خط را قطع کنه ⇐ $y=-3$

سوال ۳) ②

الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

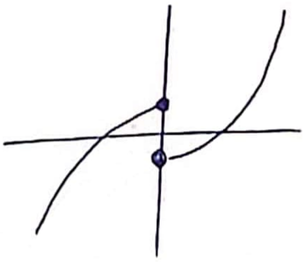
$$x + \frac{x}{|x|} \begin{cases} x>0 & x+1 \\ x<0 & x-1 \end{cases}$$



✓

ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

$$x|x| - \frac{x}{|x|} \begin{cases} x>0 & x^2-1 \\ x<0 & -x^2+1 \end{cases}$$



✓

سوال ۴)

۴

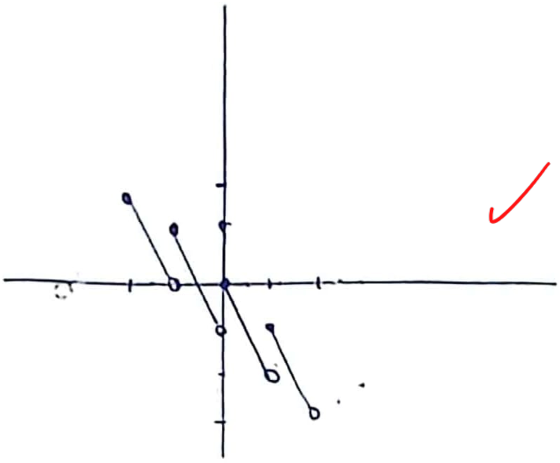
الف) $y = [x] - 2x$

$x \in [0,1) \Rightarrow -2x$

$x \in [1,2) \Rightarrow 1-2x$

$x \in [-1,0) \Rightarrow -1-2x$

$x \in [-2,-1) \Rightarrow -2-2x$



✓

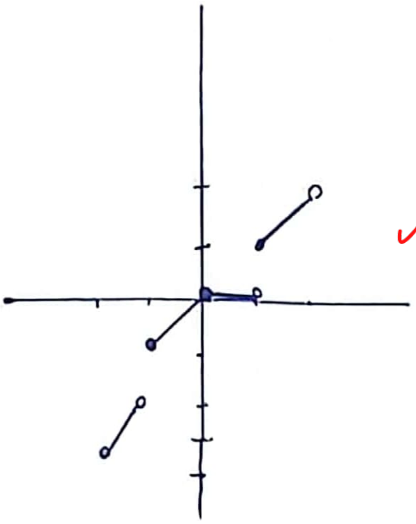
ب) $y = [x]|x|$

$x \in [0,1) \Rightarrow 0$

$x \in [1,2) \Rightarrow x$

$x \in [-1,0) \Rightarrow x$

$x \in [-2,-1) \Rightarrow 2x$



✓

سوال ۵)

۴

الف) $y = 3x - [3x]$

$3x = a \Rightarrow y = a - [a] \Rightarrow R_f = [0,1)$ ✓

ب) $y = 4x - 4[x]$

$y = 4(x - [x])$

$0 \leq x - [x] < 1 \quad 0 \leq 4(x - [x]) < 4 \Rightarrow R_f = [0,4)$ ✓

ج) $y = x - 5[\frac{x}{5}]$

$y = 5(\frac{x}{5}) - 5[\frac{x}{5}] = 5(\frac{x}{5} - [\frac{x}{5}])$

$\frac{x}{5} = a \Rightarrow a - [a] \Rightarrow 0 \leq x - [\frac{x}{5}] < 1 \Rightarrow 0 \leq 5(\frac{x}{5} - [\frac{x}{5}]) < 5$

$R_f = [0,5)$ ✓

د) $y = [2x] - 2x$

$2x = a \Rightarrow [a] - a \Rightarrow R_f = (-1,0]$ ✓

سوال ۶)　　②

الف) $y=۳\sin x+۲\cos x$

$$\underbrace{-\sqrt{۳^۲+۲^۲}}_{-\sqrt{۱۳}}\leq ۳\sin x+\cos x\leq \underbrace{\sqrt{۳^۲+۲^۲}}_{\sqrt{۱۳}} \Rightarrow R_f=[-\sqrt{۱۳},\sqrt{۱۳}]$$ ✓

ب) $y=۴\sin x-۳\cos x$

$$-۵\leq ۴\sin x-۳\cos x\leq ۵ \Rightarrow R_f=[-۵,۵]$$ ✓

ج) $y=[۲\sin x+۵\cos x]$　　$[\overbrace{۲\sin x+\overset{۵}{}\cos x}^{x}]\in\mathbb{Z}$

$$\underbrace{-\sqrt{۲^۲+۵^۲}}\leq ۲\sin x+۵\cos x\leq \underbrace{\sqrt{۲^۲+۵^۲}} \Rightarrow -۶\leq[۲\sin x+\overset{۵}{}\cos x]\leq ۵$$

$-\sqrt{۲۹}=-۵/...$　　$\sqrt{۲۹}=۵/...$

$[-\sqrt{۲۹}]=-۶$　　$[\sqrt{۲۹}]=۵$　　$\Rightarrow$

$R_f=\{-۶,-۵,-۴,-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲,۳,۴,۵\}$ ✓

$R_f=\{x\in\mathbb{Z},-۶\leq x\leq ۵\}$

د) $y=\sqrt{\cos x-۲\sin x}$

$$\underbrace{-\sqrt{(۱)^۲+(-۲)^۲}}_{-\sqrt{۵}}\leq \cos x-۲\sin x\leq \underbrace{\sqrt{(۱)^۲+(-۲)^۲}}_{\sqrt{۵}} \Rightarrow [-\sqrt{۵},\sqrt{۵}]$$

$$۰\leq\sqrt{\cos x-۲\sin x}\leq\sqrt[۴]{۵}\qquad \sqrt{\cos x-۲\sin x}\Rightarrow R_f=\sqrt{[-\sqrt{۵},\sqrt{۵}]}=[۰,\sqrt[۴]{۵}]$$ ✓

سوال ۷)　　④

الف) $y=\sin^۲x+۳\sin x+۲$

$$\begin{cases}\sin x=۱\Rightarrow(۱)^۲+۳(۱)+۲=۶ ✓\\ \sin x=-۱\Rightarrow(-۱)^۲+۳(-۱)+۲=۰ ✓\\ \frac{-b}{۲a}=-\frac{۳}{۲(۱)}=\frac{-۳}{۲}\quad -۱\leq\sin x\leq ۱\Rightarrow ×\end{cases}$$

$R_f=[۰,۶]$ ✓

ب) $y=۲\sin^۲x+۳\sin+۴$

$$\begin{cases}\sin x=۱\Rightarrow ۲(۱)^۲+۳(۱)+۲=۷\\ \sin x=-۱\Rightarrow ۲(-۱)^۲+۳(-۱)+۲=۱\\ \frac{-b}{۲a}=-\frac{۳}{۲(۲)}=\frac{-۳}{۴} ✓\quad -۱\leq\sin x\leq ۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲(\frac{-۳}{۴})^۲+۳(\frac{-۳}{۴})+۲=\frac{۹}{۸}+\overset{\frac{-۱۸}{۸}}{\cancel{\frac{-۹}{۴}}}+۲=\frac{-۹}{۸}+\frac{۱۶}{۸}=\frac{۷}{۸}$$

$R_f=[\frac{۷}{۸},۷]$ ✓

سوال ۸) ۲

الف) $y=\sin^۲x+۴\cos^۲x$

$\sin^۲x=۱-\cos^۲x \Rightarrow (۱-\cos^۲x)+۴\cos^۲x=۳\cos^۲x+۱$

$۰\le\cos^۲x\le۱ \quad ۰\le۳\cos^۲x\le۳ \quad ۱\le۳\cos^۲x+۱\le۴ \Rightarrow R_f=[۱,۴]$ ✓

ب) $y=\dfrac{۲\cot x}{\underbrace{۱+\cot^۲x}_{\frac{۱}{\sin^۲x}}} \Rightarrow ۲\cot x\cdot\sin^۲x=۲\dfrac{\cos x}{\sin x}\times\sin^۲x=۲\cos x\sin x$

$=\sin۲x$

$-۱\le\sin۲x\le۱ \Rightarrow R_f=[-۱,۱]$ ✓

سوال ۹) ۲

الف) $y=\sin^۶x+\cos^۶x$

$\underset{\frac{۱}{۴}}{۲^{۱-۳}}\le\sin^۶x+\cos^۶x\le۱ \qquad R_f=[\frac{۱}{۴},۱]$ ✓

ب) $y=[\sin^۸x+\cos^۸x]$

$\underset{\frac{۱}{۸}}{۲^{۱-۴}}\le\sin^۸x+\cos^۸x\le۱ \qquad [\sin^۸x+\cos^۸x]=\{۰,۱\}$

$R_f=\{۰,۱\}$ ✓

سوال ۱۰ ۱٫۲۵

الف) $y=\dfrac{۲x^۲+۷x-۴}{x+۴} \qquad ۲x^۲+۷x-۴\xrightarrow{\times۲}(۴x^۲+۱۴x-۸)\times\frac{۱}{۲}$

$=\dfrac{(۲x+۸)(۲x-۱)}{۲}=(x+۴)(۲x-۱)$

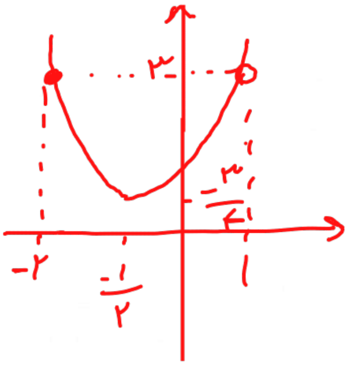
دقت!

$\Rightarrow y=\dfrac{(x+۴)(۲x-۱)}{\underset{-۴}{(x+۴)}}=۲x-۱ \xrightarrow{x=\overset{-۴}{\cancel{۴}}} ۲(۴)-۱=\underset{-۹}{\cancel{۷}} \qquad R_f=\mathbb{R}-\{\overset{-۹}{\cancel{۷}}\}$

ب) $y=\dfrac{x^۳-۱}{x-۱} \qquad \dfrac{(x-۱)(x^۲+x+۱)}{(x-۱)}=x^۲+x+۱ \xrightarrow{x=۱} (۱)^۲+(۱)+۱=۳$

$\Rightarrow R_f=\cancel{\mathbb{R}-\{۳\}}\ [\frac{۳}{۴},+\infty)$

$\dfrac{-\Delta}{۴a}=\dfrac{۳}{۴}$



چون سهمی است $f(-۲)=۳$ پس ۳ حذف نمیشه!