عالی نوشتی ۲۵

نام و نام خانوادگی ...علی جمالی... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ...۸... **کلاس** ...یازدهم ر۲ A...

---

۱ (۲)

$1-x^2 \geq 0 \Rightarrow 1 \geq x \geq -1 \Rightarrow D_f = [-1, 1]$

$D_f \cap D_g = \{-1, 0, 1\}$, $\boxed{f(-1) = f(1) = 0}$ ($\sqrt{1-1}=0$) , $\boxed{f(0)=1}$ ($\sqrt{1-0}=1$)

$2g - 3f = \{(-1, 2\times 1 - 3\times 0), (0, 2\times 4 - 3\times 1), (1, 2\times 2 - 3\times 0)\} = \{(-1,2),(0,5),(1,4)\}$

$2+5+4 = \boxed{11}$ ✓

---

۲ (۲)

$3 \leq x \Rightarrow \underbrace{2\times 3-1}_{5} \leq 2x-1 \Rightarrow R_f = [5, +\infty)$

$x \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{3}x + 3 \leq \underbrace{\frac{1}{3}\times 3+3}_{4} \Rightarrow R_g = (-\infty, 4]$

$R_f \cup R_g = \boxed{\mathbb{R} - (4,5)}$ ✓

---

۳ (۲)

$-\frac{x^2}{2} + x + 3 > \frac{3}{2}$

$\Rightarrow -\frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) < 0$

$x \in (-1, 3)$

(a, b)

$\max\sqrt{b-a} = \sqrt{3-(-1)} = \boxed{2}$ ✓

---

۴ (۲)

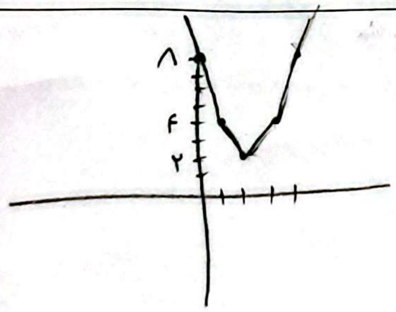
روش هندسی

نقاط را مشخص کرده و به هم وصل می‌کنیم تا نمودار رسم شود.

سمت چپ ← $f(0) = 8$

ریشه‌ها $\begin{cases} f(1) = 4 \\ f(2) = 2 \\ f(3) = 4 \end{cases}$

سمت راست ← $f(4) = 8$



$\boxed{R_f = [2, +\infty)}$ ✓

---

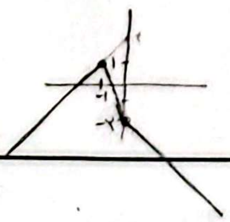
۵ (۲)

$f(x) = |x| - 2|x+1|$

ابتدا $f(x)$ را چند ضابطه‌ای کرده و سپس شکل را رسم می‌کنیم

$x < -1$	$-1 < x < 0$	$x > 0$
$-x-(-2(x+1))$	$-x-2(x+1)$	$x-2(x+1) =$
$x+2$	$-3x-2$	$-x-2$

$-1 \to 1$, $0 \to -2$



$\boxed{R_f = (-\infty, 1]}$ ✓

$yx + y = x^2 + 5x + m$

$\Rightarrow x^2 + (5-y)x + m - y = 0$

$x = \dfrac{y-5 \pm \sqrt{(5-y)^2 - 4(m-y)}}{2}$

$R_f = \mathbb{R}$

$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \Rightarrow -1 \neq \dfrac{y-5 \pm \sqrt{(5-y)^2 - 4(m-y)}}{2}, \ \forall y \in \mathbb{R}$

$y - 5 \pm \sqrt{(5-y)^2 - 4(m-y)} \neq -2 \Rightarrow \sqrt{(5-y)^2 - 4(m-y)} \neq (3-y)^2$

$25 + y^2 - 10y - 4m + 4y \neq 9 + y^2 - 6y \Rightarrow 25 - 4m \neq 9$

$\boxed{\text{if } m=4 \Rightarrow y=3 \Rightarrow x=-1} \Rightarrow \boxed{m \neq 4}$ I

$(5-y)^2 \geq 4(m-y) \quad \forall y \in \mathbb{R}$ به‌ازای هر y حقیقی، نامساوی برقرار است.

$y^2 - 10y + 25 + 4y \geq 4m \Rightarrow y^2 - 6y + 25 \geq 4m$

$\Rightarrow \min_{y^2-6y+25} = \dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{-(36-100)}{4} = \dfrac{64}{4} = 16 \geq 4m$

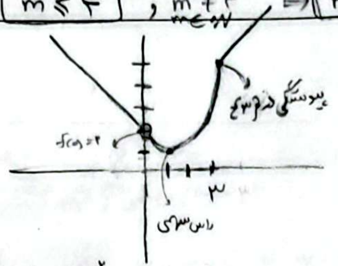
$\Rightarrow \boxed{m \leq 4}, \ m \neq 4, \ m \in \mathbb{N} \Rightarrow \boxed{m = \{1, 2, 3\}}$ ۳ عدد طبیعی

(۲)

$f(x) = \begin{cases} x + 2 & ; x \geq 3 \\ x^2 - 2x + 2 & ; 3 > x \geq 0 \\ -x + 2 & ; x < 0 \end{cases}$

$|x|$

روش هندسی



$\Rightarrow \boxed{R_f = [1, +\infty)}$

$x_v (x^2 - 2x + 2) = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{+2}{2} = 1$

$y_v (x^2 - 2x + 2) = 1^2 - 2\times 1 + 2 = 1$

$f(0) = 0^2 - 2\times 0 + 2 = 2$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = 3^2 - 2\times 3 + 2 = 5$

(۲) ۷

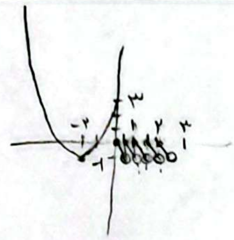
$g(x) = x^2 + 4x + 3 \ ; \ x \leq 0$

$x_v = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-4}{2} = -2$

$y_v = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = -1$

$a > 0 \Rightarrow$ سهمی دارای مینیمم

$\Rightarrow$



$R_g = [-1, +\infty)$ I

$[a] - a = -(\underbrace{\text{جزء اعشاری } a}_{1 > \ \geq 0}) \in (-1, 0]$ II

$\Rightarrow R_f = \text{I} \cap \text{II} = \boxed{[-1, +\infty)}$

(۲) ۸

$2x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \dfrac{-3}{2} \Rightarrow D_f = [\dfrac{-3}{2}, +\infty) \Rightarrow \boxed{b = \dfrac{-3}{2}}$

$\sqrt{2x+3} \geq 0 \Rightarrow -2\sqrt{2x+3} \leq 0 \Rightarrow a + 1 - 2\sqrt{2x+3} \leq a + 1 \Rightarrow R_f = (-\infty, a+1]$

$\Rightarrow a + 1 = 5 \Rightarrow \boxed{a = 4}$

$ab = 4\left(\dfrac{-3}{2}\right) = \boxed{-6}$

(۲) ۹

$\left.\begin{array}{l} x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \\ 1 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{array}\right\} \quad D_f = [-1, 1] \Rightarrow D_g = [-1, 1]$

$f(x) + g(x) - f(x) = g(x) \Rightarrow 3\sqrt{2 + 2\sqrt{1-x^2}} - 2\sqrt{x+1} - 4\sqrt{1-x} = g(x)$

$\Rightarrow 3\sqrt{(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})^2} - 2\sqrt{x+1} - 4\sqrt{1-x} = 3|\underbrace{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}}_{>0}| - 2\sqrt{x+1} - 4\sqrt{1-x} =$

$\boxed{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x} = g(x)}$

$\dfrac{f(x) - 2g(x)}{6} = \dfrac{2\sqrt{x+1} + 4\sqrt{1-x} - 2\sqrt{x+1} + 2\sqrt{1-x}}{6} = \sqrt{1-x}$

$0 \leq \sqrt{1-x} \ , \ -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow \sqrt{1-x} \leq \sqrt{1-(-1)} = \sqrt{2}$

$\boxed{R = [0, \sqrt{2}]}$

(۲) ۱۰