۱۹/۷۵

نام و نام خانوادگی ..ایلیا مسلمی.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۹.... کلاس ..یازدهم سپهر A..........

۱

$f(\frac{۲}{۳}) = \cot \frac{\frac{۲\pi}{۳}}{۴} = \cot \frac{\pi}{۶} = \sqrt{۳}$

$\frac{۲}{۳} < ۱$

$fof(\frac{۲}{۳}) = f(\sqrt{۳}) = \sqrt{۳+۱} = ۲$

$\sqrt{۳} > ۱$

۲

۲

الف) $g(\frac{\pi}{۳}) = ۲ \times \cos^۲ \frac{\pi}{۳} = \frac{۱}{۲} \rightarrow f(\frac{۱}{۲}) = \sqrt{\frac{۴-۱}{۴}} = \sqrt{\frac{۳}{۴}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

ب) $g(\sqrt{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}} \xrightarrow{\times \frac{۱+\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}}} \frac{\sqrt{۲}+۲}{۱-۲} = \frac{\sqrt{۲}+۲}{-۱} = -(\sqrt{۲}+۲) = -\sqrt{۲}-۲$

$f(-\sqrt{۲}-۲) = [-\sqrt{۲}-۲] = [-\sqrt{۲}]-۲ = -۲-۲ = -۴$

۲

۳

$f(\frac{\pi}{۴}) = \sin \frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$g(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \sqrt{۱-\frac{۱}{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{۱}{۲}$

۲

۴

الف) $fog(x) = \{(۴,۵), (۲,۵), (۶,۱۲), (۸,۱۲)\}$

ب) $gof(x) = \emptyset$

ج) $fof(x) = \emptyset$

د) $gog(x) = \{(۴,۸), (۲,۶), (۶,۱۰)\}$

۲

۵

$(۳,۲) \in fog \Rightarrow \begin{matrix} ۲ \in R_f \\ ۳ \in D_g \end{matrix} \Rightarrow (a,۳) \rightarrow (۳,۲) \Rightarrow a=۴$

$(۴,۱) \in gof \Rightarrow \begin{matrix} ۱ \in R_g \\ ۴ \in D_f \end{matrix} \Rightarrow (۴,۵) \rightarrow (b,۱) \Rightarrow b=۵$

$\Rightarrow (a,b) = (۴,۵)$

۲

$f(x)=ax+b \Rightarrow f(f(x)) = a(ax+b)+b = ۴x+۳$

$\Rightarrow a^۲x + ab + b = ۴x + ۳ \Rightarrow \begin{cases} a^۲=۴ \Rightarrow a=\pm ۲ \\ b(a+۱)=۳ \end{cases}$

if $a=۲ \Rightarrow b=۱ \Rightarrow f(x)=۲x+۱$

if $a=-۲ \Rightarrow b=-۳ \Rightarrow f(x)=-۲x-۳$

$g(x)=cx+d \rightarrow c(۲x+۳)+d = ۳x-۲ \Rightarrow ۲cx+۳c+d=۳x-۲$

$\Rightarrow \begin{cases} ۲c=۳ \Rightarrow c=\frac{۳}{۲} \\ ۳c+d=-۲ \Rightarrow \frac{۹}{۲}+d=-۲ \Rightarrow d=-\frac{۱۳}{۲} \Rightarrow g(x)=\frac{۳}{۲}x-\frac{۱۳}{۲} \end{cases}$

$f(-۱)=-۱ \rightarrow g(-۱)=\frac{-۱۶}{۲}=-۸$

$gof(-۱)=-۸$

۲ — ۶

$D_{gof} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$

$D_f = R$

$x^۲-۴x = x(x-۴) \Rightarrow x = ۰ , ۴ \Rightarrow D_g = R-\{۰,۴\}$

$\Rightarrow D_{gof} = \{x \in R , \sqrt{x+|x|} \neq \{۰,۴\}\}$

$x>۰ , x\neq ۸ \Rightarrow D_{gof} = (۰ \quad +\infty) - \{۸\}$

۲ — ۷

$D_f = [-۱ \quad ۱] \Rightarrow D_{f+g} = [۰ \quad ۱)$

$D_g = [۰ \quad +\infty)$

۱/۷۵

$x^۲ \geq ۰$ همواره برقرار

$D_{(f+g)of} = \{x\in D_f : f(x) \in D_{f+g}\} = \{-۱\leq x \leq ۱ , ۰\leq \sqrt{۱-x^۲} < ۱\}$

$\Rightarrow ۰\leq ۱-x^۲ < ۱ \Rightarrow ۱ \geq x^۲ > ۰ \Rightarrow -۱\leq x < ۰$ یا $۰ < x \leq ۱$

$\Rightarrow D_{(f+g)of} = [-۱ \quad ۰) \cup (۰ \quad ۱] \rightarrow D = [-۱, ۱]$

۸

الف) $\frac{۳x+۱}{x-۲} = t \Rightarrow ۳x+۱ = tx-۲t \Rightarrow x(۳-t) = -(۲t+۱)$

$\Rightarrow x = \frac{۲t+۱}{t-۳} \Rightarrow f(t) = ۴\left(\frac{۲t+۱}{t-۳}\right)+۵ = \frac{۱۳t-۱۱}{t-۳} \Rightarrow f(x) = \frac{۱۳x-۱۱}{x-۳}$

ب) $f(x+\frac{۱}{x}) = (x+\frac{۱}{x})^۳ - ۳(x+\frac{۱}{x}) \Rightarrow f(x) = x^۳-۳x$

۲ — ۹

$gof=۰ \rightarrow \begin{array}{l} f(x)=۱ \Rightarrow x\sqrt{x}=۱ \Rightarrow x=۱ \\ f(x)=۲\sqrt{۲} \Rightarrow x\sqrt{x}=۲\sqrt{۲} \Rightarrow x=۲ \end{array}$

$۲-۱=۱$

۲ — ۱۰