Subject **14** Date

عرفان حقیقی یازدهم ریاضی پسر A

۱)

$$f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right) \Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \cot\frac{\pi}{6} \Rightarrow \sqrt{3}$$

$$f(\sqrt{3}) \Rightarrow \sqrt{4} \Rightarrow \boxed{2}$$

2

۲) الف)

$$f\left(g\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) \Rightarrow g\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2\cos^2\frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$f(2) \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ب) 2

$$f(g(\sqrt{2})) \Rightarrow g(\sqrt{2}) \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$$

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right) \Rightarrow -4 < \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} < -3 \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right) = -4$$

۳)

$$g\left(f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

2

۴)

الف) $fog(x) \Rightarrow \{(۴,۵)(۶,۱۲)(۸,۱۲)(۲,۵)\}$

ب) $gof(x) \Rightarrow \varnothing$

ج) $fof(x) \Rightarrow \varnothing$

۲

د) $gog(x) \Rightarrow \{(۴,۸)(۲,۶)(۶,۱۰)\}$

---

۵)

$fog \Rightarrow \{(۱,۱)(۳,۷)(a,۲)(b,۷)\}$

$(۴,۲) \Rightarrow \boxed{a=۴}$

$gof \Rightarrow \{(۲,۲)(۴,۱)\} \Rightarrow ۴ \to \underbrace{۵}_{b} \to ۱$

$\boxed{b=۵}$

۲

$(a,b) \Rightarrow (۴,۵)$

---

۶)

$f(f(x)) \Rightarrow a(ax+b)+b$

$fof(x) = a^۲x + ab + b$

$fof(x) = ۴x + ۳$

$\Rightarrow \begin{cases} a^۲ = ۴ \Rightarrow a = ۲ \\ ab + b = ۳ \Rightarrow b = ۱ \end{cases}$

۲

$f(x) = ۲x + ۱ \qquad g(f(-۱)) \Rightarrow -۸$

$f(-۱) = -۱ \; , \; g(-۱) = -۸$

۱۷) $x+|x|\geq 0 \Rightarrow |x|\geq -x \Rightarrow$ همواره برقرار

$D_f = R \qquad x^2-4x\neq 0 \Rightarrow x(x-4)\neq 0 \Rightarrow x\neq 0,\ 4$

$D_g = R-\{0,4\} \Rightarrow \sqrt{x+|x|}\neq 0,4 \Rightarrow x\neq (-\infty,0],\ 8$

۲

$D_{gof} = (0,+\infty)-\{8\}$ ✓

---

۱۸) $D_f = 1-x^2\geq 0 \Rightarrow 1\geq x^2 \qquad -1\leq x\leq 1$

$D_{(f+g)} \Rightarrow \sqrt{1-x^2}+\sqrt{x} \Rightarrow 0\leq x\leq 1$

۲

$\Rightarrow 0\leq \sqrt{1-x^2}\leq 1 \Rightarrow 0\leq 1-x^2\leq 1$

$0\leq x^2\leq 1 \Rightarrow -1\leq x\leq 1 \Rightarrow D_{(f+g)of}=[-1,1]$ ✓

---

۱۹) $\frac{3x+1}{x-2}=t \Rightarrow x=\frac{-2t-1}{-t+3}$

$f(t) \Rightarrow 4\left(\frac{-2t-1}{-t+3}\right)+5 \Rightarrow f(x)=\frac{-8t-4}{-t+3}+5$

$\frac{3x+1}{x-2}=t \rightarrow x=\frac{2t+1}{t-3} \longrightarrow f(x)=\frac{13x-11}{x-3}$

۱

ب) $x + \frac{۱}{x} = t \Rightarrow \left(x + \frac{۱}{x}\right)^{۳} = x^{۳} + ۳x^{۲}\frac{۱}{x} + ۳x\frac{۱}{x^{۲}} + \frac{۱}{x^{۳}}$

$= x^{۳} + ۳x + ۳\frac{۱}{x} + \frac{۱}{x^{۳}} \Rightarrow \left(x^{۳} + \frac{۱}{x^{۳}}\right) = \left(x + \frac{۱}{x}\right)^{۳} - ۳\left(x + \frac{۱}{x}\right)$

$f(t) = t^{۳} - ۳t \Rightarrow f(x) = x^{۳} - ۳x$

۱.

$x\sqrt{x} = ۱ \Rightarrow x = ۱$

$x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow x = ۲$

$g(\underbrace{f(x)}_{۲\sqrt{۲},\,۱}) = ۰$

۲

$\boxed{۲ - ۱ = ۱}$