شایان رومی زاده

$\frac{۲}{۳} < ۱ \quad \cot\frac{\pi}{۶} = \cot ۳۰ = \sqrt{۳}$

$\sqrt{۳} > ۱ \rightarrow \boxed{fof(\frac{۲}{۳}) = ۲}$ ۱

$f_{(\frac{۲}{۳})} = \sqrt{۳}$

$f_{\sqrt{۳}} = \sqrt{۳+۱} = ۲$

الف) $g(\frac{\pi}{۳}) = ۲\cos^۲ ۶۰ = \frac{۱}{۲} \quad f_{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{-\frac{۱}{۴}+۱} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲

$f_x = \sqrt{\frac{\frac{۲}{x}-۱}{\frac{۱}{x^۲}}} = \sqrt{\frac{\frac{۲-x}{x}}{\frac{۱}{x^۲}}} = \sqrt{-x^۲+۲x} \quad \boxed{fog(\frac{\pi}{۳}) = \frac{\sqrt{۳}}{۲}}$

ب) $g(\sqrt{۳}) = \frac{\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}} \times \frac{۱+\sqrt{۳}}{۱+\sqrt{۳}} = -(۳+\sqrt{۳})$

$f_{(-(۳+\sqrt{۳}))} = [-۳-\sqrt{۳}] = \boxed{-۴} \quad \boxed{fog(\sqrt{۳}) = -۴}$

$f(\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad g(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \times \sqrt{۱-\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۲}$ ۳

$\rightarrow \boxed{gof(\frac{\pi}{۴}) = \frac{۱}{۲}}$

الف) $fog(x) = \{(۴,۵), (۲,۵), (۶,۱۲)(۸,۱۲)\}$

ب) $gof_{(x)} = \{\} = \varnothing$ ۴

ج) $fof_{(x)} = \varnothing$

د) $gog_{(x)} = \{(۴,۸), (۲,۶), (۶,۱۰)\}$

$a = ۴ \quad b = ۵$

$(۴,۵) \quad (۴,۲)\ fog \rightarrow a \rightarrow ۳ \rightarrow ۲ \quad \boxed{a = ۴}$ ۵

$(۴,۱)\ gof \rightarrow$

$۴ \rightarrow b(۵) \rightarrow ۱ \quad \boxed{b = ۵}$

$(ax+b)a+b=4x+3$

$a^2x+ab+b=4x+3$

$a^2=4 \to a=\pm 2$

$b(a+1)=3 \begin{cases} a=2 & b=1 \\ a=-2 & b=-3 \end{cases}$

$f_{(x)}=2x+1$ یا $f_{(x)}=-2x-3$

$(2x+3)a'+b'=3x-2$

$2a'x+3a'+b'$

$2a'=3 \quad \boxed{a'=\frac{3}{2}}$

$\frac{9}{2}+b'=-2$

$\boxed{b'=-6{,}5}$

$g_{(x)}=\frac{3}{2}x-\frac{13}{2}$

$f_{(-1)}=-1$

$gof=-\frac{3}{2}x-\frac{13}{2}=\boxed{-8}$

$\boxed{gof_{(0)}=-8}$ ۶

$D_{gof}=R^+-\{8\}=\boxed{(0,8)\cup(8,+\infty)}$

$D_f=R$

$gof_{(x)}=\frac{1}{\sqrt{x+|x|}^2-4\sqrt{x+|x|}} \to \sqrt{x+|x|}^2-4\sqrt{x+|x|}=0 \begin{cases} \text{اگر } x<0 \text{ باشد مخرج صفر می‌شود} \\ \text{" " " } x=0 \text{ "} \\ \text{اگر } x \text{ برابر } 8 \text{ باشد " "} \end{cases} \to \boxed{D=R^+-\{8\}}$ ۷

$(f+g)of=\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}^2}+\sqrt{\sqrt{1-x^2}}$

$①\ 1-x^2\geq 0 \to x^2\leq 1 \to -1\leq x\leq 1$ ✓

$1-|1-x^2|\geq 0 \xrightarrow{①} 1-1+x^2\geq 0$ ✓

$\boxed{D=[-1,1]}$ ۸

الف

$\frac{3x+1}{x-2}=t \qquad 3x+1=tx-2t \qquad x=\frac{1+2t}{t-3}$

$\cancel{f_{(t)}=4x+5}$

$f_{(t)}=4\left(\frac{1+2t}{t-3}\right)+5 \to f_{(x)}=4\left(\frac{2x+1}{x-3}\right)+5$ ۹

$\Rightarrow f_{(x)}=\frac{8x+4+5x-15}{x-3}=\boxed{\frac{13x-11}{x-3}}$

$\cancel{x+\frac{1}{x}=t \to x^2+1-tx=0 \to \left(x-\frac{t}{2}\right)^2-\frac{t^2}{4}+1=0}$

$\cancel{x=\sqrt{\frac{t^2}{4}-1}+\frac{t}{2}} \qquad \cancel{f_{(t)}=}$

$\left(x+\frac{1}{x}\right)=t \qquad t^3-3t=\alpha=x^3+\frac{1}{x^3} \to \boxed{f_{(x)}=x^3-3x}$ ۹ ب)

$g_{x}=a(x-1)(x-2\sqrt{2})$ ۱۰

$gof_{(x)}=a(x\sqrt{x}-1)(x\sqrt{x}-2\sqrt{2})$

ریشه‌ها $\Rightarrow x\sqrt{x}=1 \to x=1$

$x\sqrt{x}=2\sqrt{2} \to x=2$

$\to |2-1|=1$