نام و نام خانوادگی ...علی سلطانیان... ۲۰ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۹.. کلاس ...یازدهم تجربی A...

۱	$f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi x}{۴}\ ; x\leq ۱\\ \sqrt{x^۲+۱}\ ; x>۱\end{cases} \Rightarrow fof(\frac{۲}{۳})=f(f(\frac{۲}{۳}))$ $\Rightarrow f(\frac{۲}{۳})=\cot\frac{\pi}{۶}=\sqrt{۳} \xRightarrow{\sqrt{۳}>۱} f(\sqrt{۳})=\sqrt{۳+۱}=\boxed{۲}$ ✓ ۲
۲	الف) $fog(\frac{\pi}{۳})=f(g(\frac{\pi}{۳})) \Rightarrow ۲\cos^۲\frac{\pi}{۳}=۲\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲}$ $\Rightarrow f(\frac{۱}{۲}) \xRightarrow{x=۲} \sqrt{\frac{۴-۱}{۴}}=\sqrt{\frac{۳}{۴}}=\boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$ ✓ ۲ ب) $fog(\sqrt{۲})=f(g(\sqrt{۲})) \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}} \Rightarrow f(\frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}})=[\frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}}] \to \frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}}\times\frac{۱+\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}}=\frac{\overset{۱/۴}{\sqrt{۲}}+۲}{-۱} \overset{[\ ]}{=} \boxed{-۴}$ ✓
۳	$gof(\frac{\pi}{۴})=g(f(\frac{\pi}{۴})) \Rightarrow \sin\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ $\Rightarrow g(\frac{\sqrt{۲}}{۲})=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{۱-(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\underbrace{\sqrt{\frac{۱}{۲}}}_{\sqrt{\frac{۲}{۴}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲=\frac{۲}{۴}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$ ✓ ۲
۴	الف) $f(g(x))$: $۴\xrightarrow{g(x)}۶\xrightarrow{f(x)}۵$ ، $۲\to۴\to۵$ ، $۶\to۸\to۱۲$ ، $۸\to۱۰\to۱۲$ ، $=\{(۴,۵),(۲,۵),(۶,۱۲),(۸,۱۲)\}$ ✓ ب) $g(f(x))$: $۴\to۵\to\propto$ ، $۶\to۵\to\propto$ ، $۸\to۱۲\to\propto$ ، $۱۰\to۱۲\to\propto$ ، $=\boxed{\emptyset}$ ✓ ج) $f(f(x))$: $۴\to۵\to\propto$ ، $۶\to۵\to\propto$ ، $۸\to۱۲\to\propto$ ، $۱۰\to۱۲\to\propto$ ، $=\boxed{\emptyset}$ ✓ ۲ د) $g(g(x))$: $۴\to۶\to۸$ ، $۲\to۴\to۶$ ، $۶\to۸\to۱۰$ ، $۸\to۱۰\to\propto$ ، $=\{(۴,۸),(۲,۶),(۶,۱۰)\}$ ✓
۵	$(۴,۲)\in fog \to f(g(x))=۲ \to f(g(۴))=۲ \Rightarrow g(۴)=۳ \Rightarrow \boxed{a=۴}$ $(۴,۱)\in gof \to g(f(x))=۱ \to g(f(۴))=۱ \Rightarrow f(۴)=۵ \Rightarrow \boxed{b=۵}$ $\Rightarrow (a,b)=\boxed{(۴,۵)}$ ✓ ۲

۶

$f(f(x)) = ۴x+۳ \xrightarrow{f(x)=ax+b} a(ax+b)+b = ۴x+۳ \Rightarrow a^{۲}x+ab+b = ۴x+۳$

$\to a^{۲}x + b(a+۱) = ۴x+۳ \Rightarrow a = \pm ۲ \ , \ b = \{۱, -۳\} \to f(x) = ۲x+۱ \ , \ f(x) = -۲x-۳$

$g(۲x+۳) = ۳x-۲ \xrightarrow{g(x)=cx+d} c(۲x+۳)+d = ۳x-۲ \Rightarrow ۲cx+۳c+d = ۳x-۲$

$\Rightarrow c = \frac{۳}{۲} \ , \ \frac{۹}{۲}+d = -۲ \Rightarrow d = -\frac{۱۳}{۲} \Rightarrow g(x) = \frac{۳}{۲}x - \frac{۱۳}{۲}$

۲

$\Rightarrow g(f(-۱)) = f(-۱) = -۱ \to g(-۱) = -\frac{۱۶}{۲} = -۸$

در هر دو حالت صدق می‌کند

۷

$D_{gof} = \{ x \in D_f : f(x) \in D_g \}$

ریشه‌های مخرج

$D_f = \mathbb{R} \qquad D_g = \mathbb{R} - \{۰, ۴\}$

$\sqrt{x+|x|} \in D_g \Rightarrow \sqrt{x+|x|} \neq \{۰, ۴\} \to x \neq \{$۸ و ۰ و منفی$\} \Rightarrow D_{gof} = (۰, +\infty) - \{۸\}$

۲

۸

$D_{(f+g)of} = \{ x \in D_f : f(x) \in D_{(f+g)} \}$

$D_f = [-۱, ۱] \qquad D_{f+g} = D_f \cap D_g = [-۱, ۱] \cap [۰, +\infty) = [۰, ۱]$

$f(x) \in D_{f+g} \Rightarrow ۰ \leq \sqrt{۱-x^{۲}} \leq ۱ \Rightarrow x = [-۱, ۱]$

۲

۹

الف)

$f\left(\frac{۳x+۱}{x-۲}\right) = ۴x+۵ \Rightarrow \frac{۳x+۱}{x-۲} = t \Rightarrow x = \frac{۲t+۱}{t-۳}$

$\Rightarrow f(t) = \frac{۸t+۴}{t-۳}+۵ \ , \ f(x) = \frac{۸x+۴}{x-۳}+۵ = \frac{۱۳x-۱۱}{x-۳}$

۲

ب)

$f\left(x+\frac{۱}{x}\right) = x^{۳}+\frac{۱}{x^{۳}} \Rightarrow x+\frac{۱}{x} = t \to \left(x+\frac{۱}{x}\right)^{۳} = x^{۳}+\frac{۱}{x^{۳}}+۳x+\frac{۳}{x}$

$\left(x+\frac{۱}{x}\right)^{۳} - ۳\left(x+\frac{۱}{x}\right) = x^{۳}+\frac{۱}{x^{۳}} \Rightarrow f(x) = x^{۳}-۳x$

۱۰

$f(g) \xrightarrow{\text{ریشه}} ۱, ۲\sqrt{۲}$

$f(x) = x\sqrt{x}$

$g(f(x)) = ۰ \longrightarrow f(x) \longrightarrow x\sqrt{x} = ۱, ۲\sqrt{۲} \quad \begin{cases} x\sqrt{x} = ۱ \to x = ۱ \\ x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \to x = ۲ \end{cases}$

با ریشه‌ها باید برابر

$۲-۱=۱$

۲