۲۰

نام و نام خانوادگی ..نوراز بیرانی.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۹.... کلاس یازدهم ریاضی ...A...

۱	$f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi x}{4} & ; x\leq 0\\ \sqrt{x^2+1} & ; x>1\end{cases}$ $\quad f\circ f(\frac{2}{3})$ $f(\frac{2}{3})=\cot\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}\longrightarrow f\circ f(\frac{2}{3})=f(\sqrt{3})=\sqrt{4}=2$ ۲
۲	الف) $f(\frac{1}{x})=\sqrt{\frac{2x-1}{x^2}}$ $\quad g(x)=2\cos^2 x$ $f\circ g(\frac{\pi}{3})?$ $g(\frac{\pi}{3})=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\Longrightarrow\frac{1}{x}\to x=2$ $f\circ g(\frac{\pi}{3})=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ب) $f(x)=[x]$ $\quad g(x)=\frac{x}{1-x}$ $f\circ g(\sqrt{2})?$ $g(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\frac{2+\sqrt{2}}{-1}=-2-\sqrt{2}$ $f\circ g(\sqrt{2})=f(-2-\sqrt{2})=-4$ ۲
۳	$f(x)=\sin x$ $\quad g(x)=x\sqrt{1-x^2}$ $\quad g\circ f(\frac{\pi}{4})?$ $f(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\longrightarrow g\circ f(\frac{\pi}{4})=g(\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{1}{2}}$ $=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$ ۲
۴	$f(x)=\{(4,5),(9,5),(8,12),(10,12)\}$ $\quad g(x)=\{(4,9),(2,4),(9,8),(8,10)\}$ الف) $f\circ g(x)=\{(4,5),(2,5),(9,12),(8,12)\}$ ب) $g\circ f(x)=\{\varnothing\}$ ج) $f\circ f(x)=\{\varnothing\}$ د) $g\circ g(x)=\{(4,8),(2,9),(9,10)\}$ ۲
۵	$f=\{(2,1),(3,2),(4,5),(1,7)\}$ $\quad g=\{(4,2),(3,4),(a,3),(b,1)\}$ $(4,2)\in f\circ g$ $f(\text{o})=2\longrightarrow\text{o}=3$ $g(4)=3\longrightarrow \boxed{a=4}$ $(4,1)\in g\circ f$ $4\xrightarrow{f}5$ $\quad b\xrightarrow{g}1$ $\longrightarrow\boxed{b=5}$ $\longrightarrow(a,b)=(4,5)$ ۲

$f(f(x)) = ۴x+۳ \qquad f = ax+b$ $f(f(x)) = a(ax+b)+b = a^۲x+ab+b = ۴x+۳$ ۲ $\to a = \pm ۲ \begin{cases} a=۲ \to b=۱ \leftarrow ۲x+۱=y \to f(-۱)=-۱ \\ a=-۲ \to b=-۳ \leftarrow -۲x-۳=y \to f(-۱)=-۱ \end{cases}$ برابر $g(۲x+۳) = ۳x-۲ \to ۲x+۳=t \to x=\frac{t-۳}{۲} \to g(t) = ۳\,\frac{t-۳}{۲}-۲$ $\to g(t) = \frac{۳t-۹-۴}{۲} \to g(x) = \frac{۳x-۱۳}{۲} \to gof(-۱) = \{g(-۱) = -۸\}$	۶
$f(x) = \sqrt{x+\|x\|} \qquad g(x) = \frac{۱}{x^۲-۴x}$ $D\, gof(x) \xrightarrow{D_f} x+\|x\| \geq ۰ \;,\; D_g: x^۲-۴x \neq ۰ \to x \neq ۰, ۴$ $\to \sqrt{x+\|x\|} \neq ۰ \to x \notin \mathbb{R}^- , x \neq ۰$ $\to \sqrt{x+\|x\|} \neq ۴ \to x \neq ۸ \quad \to D_{gof} = (۰, +\infty) - \{۸\}$ ۲	۷
$f(x) = \sqrt{۱-x^۲} \;,\; g(x) = \sqrt{x}$ $f+g = \sqrt{۱-x^۲} + \sqrt{x}\; of \xrightarrow{D} D_f = [-۱ \;\; ۱]$ $D_{f+g} \to x \geq ۰$ $\to ۱ \geq \sqrt{۱-x^۲} \geq ۰ \xrightarrow{\text{همیشه}} D_{f+gof} = [-۱, ۱]$ ۲	۸
الف) $f\left(\frac{۳x+۱}{x-۲}\right) = ۴x+۵ \to \frac{۳x+۱}{x-۲} = t \to \frac{۲t+۱}{t-۳} = x \to f(t) = ۴\left(\frac{۲t+۱}{t-۳}\right)+۵$ $\to f(t) = \frac{۸t+۴}{t-۳}+۵ \Rightarrow f(t) = \frac{۱۳t-۱۹}{t-۳} \to f(x) = \frac{۱۳x-۱۹}{x-۳}$ ب) $f\left(x+\frac{۱}{x}\right) = x^۳+\frac{۱}{x^۳} \to f\left(x+\frac{۱}{x}\right) = \left(x+\frac{۱}{x}\right)\left(x^۲-۱+\frac{۱}{x^۲}\right)$ ۲ $\to f\left(x+\frac{۱}{x}\right) = \left(x+\frac{۱}{x}\right)\left(\left(x+\frac{۱}{x}\right)^۲-۳\right) \to f(x) = x(x^۲-۳) = x^۳-۳x$	۹
g برد $\to ۱, ۲\sqrt{۲} \qquad f(x) = x\sqrt{x}$ fog برد $\to x\sqrt{x} = ۱ \to x=۱$ $x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \to x=۲ \quad \to$ اشتراک $= ۲, ۱, ۱$ ۲	۱۰