

نام و نام خانوادگی: پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره: کلاس: ازرم: B

۱. $0 = 4x^2 - 0x - 6 \rightarrow x^2 - 0x - 3/2 = 0 \rightarrow (x-3/2)(x+2) = 0 \Rightarrow 4(x-3/2)(x+2) = 0$ (الف)
 ریشه ها: $3/2$ و -2

۲. $2x^2 - 1x - 2 = 0 \rightarrow x^2 - 1/2x - 2 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \text{ریشه ها: } 1 \text{ و } -2 \Rightarrow \boxed{2(x-1)(x+2) = 0}$ (ب)
 ریشه ها: 1 و -2

۳. $4x^2 - 4x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - x - 3/4 = 0 \rightarrow (x-3/2)(x+1/2) = 0 \Rightarrow 4(x-3/2)(x+1/2) = 0$ (ج)
 ریشه ها: $3/2$ و $-1/2$

۴. $2x^2 - 0x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 0x - 6 = 0 \rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow 2(x-3)(x+2) = 0$ (د)
 ریشه ها: 3 و -2

۵. $x^2 - 0x - 12 = 0 \rightarrow (x-3)(x+2) = 0$ (الف)
 ریشه ها: 3 و -2

۶. $2x^2 + 0x + 3 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \text{ریشه ها: } -1 \text{ و } -3/2$ (ب)
 ریشه ها: -1 و $-3/2$

۷. $x^2 + 2x + 3 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 12 = -8 < 0$ (ج)
 ریشه حقیقی ندارد

۸. $2x^2 + 5x - 2 = 0 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 16}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$ (د)
 ریشه ها: $\frac{-5 + \sqrt{41}}{4}$ و $\frac{-5 - \sqrt{41}}{4}$

۹. $A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 3\}$
 $A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
 $B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

$A \times B - B \times B = \{(1, 2), (1, 3)\}$ (پ)

۱۰. $f(x) = \{(2, m), (1, 2), (-2, m), (-1, m), (3, m+2), (m, 4)\}$
 $m = -1 \Rightarrow m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \xrightarrow{a+c=b} m \in \{-1, 2\}$

۱۱. $g(x) = \{(2, m), (1, 2), (3, m+2), (-2, m), (-1, m), (m, 4)\}$
 $m = 2 \Rightarrow m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \xrightarrow{a+c=b} m \in \{-1, 2\}$

در صورت تابع بودن یک مجموعه باید هر مرتبه به ازای درجه اول یکسان دریا باشد (درمین مجموعه یکسان باشد)
 $m = -1 \Rightarrow (1, 2) \text{ و } (2, 1) \Rightarrow$ تابع نیست
 $m = 2 \Rightarrow (1, 2) \text{ و } (2, 4) \Rightarrow$ تابع نیست

۱۲. $f(x) = \{(1, a^2), (a^2, 2a+2)\}$ if $a \neq 1$
 تابع نیست
 $f(x) = \{(1, 1), (1, 2)\}$
 $a^2 = 2a+2 \Rightarrow a^2 - 2a - 2 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} a = 2 \Rightarrow \boxed{a=2}$ (پ)

$$f(x) = \begin{cases} x^2-1 & x \leq 1 \\ ax+b & 1 < x \leq 2 \\ x^2 & x > 2 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{if } x=1: x^2-1 = ax+b = \boxed{a+b} \\ \text{if } x=2: x^2 = ax+b = \boxed{1=2a+b} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{a=1} \quad \boxed{b=-1} \quad \boxed{ab=-1}$$

۲

۶

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \geq k \\ x-2 & x \leq k \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{if } x=k: 2x-1 = x-2 \Rightarrow 0x = -1 \Rightarrow \boxed{x=k=1, f=0} \end{array} \right.$$

۲

۷

$$y^2 - 4y = x^2 - 6x + 3 \xrightarrow{x=1} y^2 - 4y = 0 = y(y-4) \Rightarrow \boxed{y=0, \pm\sqrt{4}} \quad \text{الف) تابع نیست}$$

$$|x| + |y| = 3 \xrightarrow{x=0} |y| = 3 \quad \boxed{y = \pm 3}$$

ب) تابع نیست

$$|y| = \sqrt{1 - \cos x} \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} |y| = \sqrt{1} = 1 \quad \boxed{y = \pm 1}$$

۸

ج) تابع نیست

$$y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0 \quad y^2 = -(x^2 + 2x + 1) = y^2 = -(\overset{\text{نشان}}{x+1})^2 \Rightarrow \boxed{\frac{y}{x+1} = 0}$$

د) تابع است

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{y_1} = -x^2 + 2x - 1 \\ \sqrt{y_2} = -x^2 + 2x - 2 \end{array} \right\} \quad \sqrt{y_1} = \sqrt{y_2} \xrightarrow{\text{مربع}} y_1 = y_2$$

ه) تابع است

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1^2 + y_2^2 = 0x_1 \\ y_1^2 + y_2^2 = 0x_2 \end{array} \right\} \quad \text{if } x_1 \neq x_2 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow y_1^2 + y_2^2 = y_1^2 + y_2^2 \quad (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 2) = 0 \Rightarrow \boxed{y_1 = y_2}$$

۲

۹

$$x \sin y = f \sin x \xrightarrow{x=0} f \sin 0 = 0 \rightarrow f \in \mathbb{R}$$

و) تابع نیست

شماره ۱۰ و ۱۱ با دقت!

۲

۱۰

$$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \xrightarrow{\text{مربع}} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{xy}{xy}} = 4 \quad \boxed{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x=y \\ x^2+y^2=2xy \\ \frac{x^2+y^2}{xy} = 2 \end{array} \right. \quad \leftarrow (x-y)^2 = 0$$

x

(۱۰-ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$

این عبارت تنها زمانی به قدر است که $\sqrt{\frac{x}{y}} = 1$ باشد پس

$\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \leadsto \frac{x}{y} = 1 \leadsto x = y$ و $(x, y \neq 0)$

