

الف) $x^2 - 9x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 9x - 4 = 0 \rightarrow (x-9)(x+4) = 0 \rightarrow x = \frac{9}{1} \text{ و } \frac{-4}{1}$
 ب) $x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow (x-9)(x+1) = 0 \rightarrow x = \frac{9}{1} \text{ و } \frac{-1}{1}$
 ج) $x^2 - 5x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 12 = 0 \rightarrow (x-7)(x+2) = 0 \rightarrow x = \frac{7}{1} \text{ و } \frac{-2}{1}$
 د) $x^2 - 9x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 9x - 12 = 0 \rightarrow (x-12)(x+1) = 0 \rightarrow x = \frac{12}{1} \text{ و } \frac{-1}{1}$

الف) $x^2 - 9x - 12 = 0 \rightarrow (x-9)(x+1) = 0 \rightarrow x = 9 \text{ و } -1$
 ب) $x^2 - 9x + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 9x + 4 = 0 \rightarrow (x+3)(x+2) = 0 \rightarrow x = \frac{-3}{1} \text{ و } \frac{-2}{1}$
 ج) $x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 = 0 \rightarrow$ ریشه ندارد
 د) $x^2 + 2x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 4 + 4 = 8 = b^2 - 4ac$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} \rightarrow \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \rightarrow \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{1}$$

$A \times B: \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$
 $B \times B: \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$
 $A \times B - B \times B: \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\} - \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\} = \{(1,2), (1,3)\}$

الف) $f(x) = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$
 $m^2 = m + 2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow m = -1, 2$ با جایگذاری در تابع عبارت $(2, 1)$ و $(2, 4)$ بدست می آید
 $m = -1 \rightarrow f(x) = \{(3, 1), (2, 1), (-2, -1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\}$
 ب) $f(x) = \{(3, m^2), (2, 1), (m, 4), (3, m+2), (-2, m), (-1, 3)\}$
 $m^2 = m + 2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow m = 2, -1$ با جایگذاری در تابع عبارت $(2, 1)$ و $(2, 4)$ بدست می آید
 با جایگذاری در تابع عبارت $(2, 1)$ و $(2, 4)$ بدست می آید

$f(x) = \{(1, a^2), (1, 3a-2), (a^2, 3a+2)\} \rightarrow 3a-2 = a^2 \rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0$
 $a = 1, 2$
 با جایگذاری عبارت $(1, 1)$ و $(1, 4)$ بدست می آید

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ ax + b & 1 < x \leq 2 \\ x^2 & x \geq 2 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{--- } x=1 \rightarrow 0 = a+b \\ \text{--- } x=2 \rightarrow 2a+b=1 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} a+b &= 0 \\ 2a+b &= 1 \end{aligned} \quad \begin{cases} -a-b=0 \\ 2a+b=1 \end{cases} \quad \underline{a=1, b=-1}$$

$$a \times b = 1 \times (-1) = -1$$

6

$$f(x) = \begin{cases} 2x-3 & x \geq k \\ 4-3x & x \leq k \end{cases} \quad \xrightarrow{k=x} \quad \begin{cases} 2k-3 = 4-3k \\ k = \frac{7}{5} = 1.4 \end{cases}$$

7

الف) $y^3 - y = x^2 - x$ $y_1^3 - y_1 = y_2^3 - y_2 \rightarrow y_1^3 - y_1^2 - y_2^3 + y_2^2 = 0$

if $(x_1, y_1) \in f$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{if } x_1 = x_2 \\ \text{if } (x_1, y_1) \in f \end{array} \right. \rightarrow y_1 = y_2$ $(y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 - y_1 - y_2) = 0$

if $(x_1, y_1) \in f$ $\rightarrow y_1 = y_2$ $\rightarrow y_1 = -y_2 \pm \sqrt{y_1^2 - 4y_1 y_2 + 4y_2^2} = -2y_2 + 2y_2$

چون گاهی اوقات Δ است بی گاهی تصادفی دوم برقرار است و تابع نیست

8

ب) $|x| + |y| = 3 \rightarrow x=0 \rightarrow |y|=3 \rightarrow y = \pm 3$ تابع نیست

ج) $|y| = \sqrt{1 - \cos x} \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \rightarrow |y| = 1 \rightarrow y = \pm 1$ تابع نیست

د) $y^2 + 2y + 1 = 0 \rightarrow (y+1)^2 = 0 \rightarrow y = -1$ و $M = -1$ تابع است

الف) $\sqrt{y} + x^2 = 2x - 2 \rightarrow \sqrt{y} = -x^2 + 2x - 2$ $\sqrt{y_1} = \sqrt{y_2} \rightarrow y_1 = y_2$ تابع نیست

if $(x_1, y_1) \in f$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{if } x_1 = x_2 \\ \text{if } (x_1, y_1) \in f \end{array} \right. \rightarrow y_1 = y_2$

if $(x_1, y_1) \in f$ $\rightarrow y_1 = y_2$ $y_1^2 + 2y_1 = x_1^2 + 2x_1 - 2 \rightarrow y_1^2 - y_2^2 + 2y_1 - 2y_2 = 0 \rightarrow (y_1 - y_2)(y_1 + y_2 + 2) = 0$

ب) $y^2 + 2y + 1 = 0$ $y_1 = y_2$ $y_1 = -y_2 \pm \sqrt{y_1^2 - 4y_1 y_2 + 4y_2^2} = -2y_2 + 2y_2$

if $(x_1, y_1) \in f$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{if } x_1 = x_2 \\ \text{if } (x_1, y_1) \in f \end{array} \right. \rightarrow y_1 = y_2$

if $(x_1, y_1) \in f$ $\rightarrow y_1 = y_2$ $\Delta < 0$ بی $\Delta < 0$ و این عبارت برقرار نیست پس $y_1 = y_2$ است و این عبارت تابع است

9

~~$x \sin y = y \sin x$~~ $\rightarrow x=0 \rightarrow 0 \sin y = 0 \rightarrow y$ تابع نیست

الف) $x \sin y = y \sin x$ $\rightarrow x=0 \rightarrow 0 \sin y = 0 \rightarrow y$ $\rightarrow$ می تواند مقادیر متفاوتی داشته باشد پس تابع نیست

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$ $\xrightarrow{\text{مربع کردن}} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{xy}{xy}} = 4 \rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$

$x^2 + y^2 = 2xy \rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 0 \rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow x=y$ در نقطه (0,0) تعریف نمی شود و تابع است

10