

١٩١٥ أنين

دیان ریاضی

$$x^2 - 4x - 24 = 0 \rightarrow (x-6)(x+4) = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{2} \text{ و } -\frac{4}{2} = \frac{3}{1} \text{ و } -\frac{2}{1}$$

(1) (الف)

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \rightarrow (x-7)(x-1) = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \text{ و } \frac{1}{2} = 3 \text{ و } \frac{1}{2}$$

(ب)

$$x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{2} \text{ و } -\frac{2}{2} = \frac{3}{1} \text{ و } -\frac{1}{1}$$

(ج)

$$x^2 - 6x - 24 = 0 \rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \Rightarrow x = \frac{8}{2} \text{ و } -\frac{3}{2} = 4 \text{ و } -\frac{3}{2}$$

(د)

$$x^2 - 5x - 14 = 0 \rightarrow (x-7)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 7 \text{ و } -2$$

(2) (الف)

$$2x^2 + 5x + 2 = 0 \quad a+c=b \Rightarrow x = -1 \text{ و } -\frac{2}{2}$$

(ب)

$$\Delta = 4 - 12 = -8 \Rightarrow \text{معادله حقیقی ندارد}$$

(ج)

$$\Delta = 9 + 24 = 33 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

(د)

$$A \times B = \{(1,2)(1,3)(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$$

(3)

$$B^T = \{(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$$

$$A \times B - B^T = \{(1,2)(1,3)\}$$

$$m^2 = m+2 \Rightarrow m = -1 \text{ و } 2$$

$$\begin{matrix} 2 \times & (2,4) & (2,1) \\ -1 \sqrt \end{matrix}$$

(4) (الف)

$$m^2 = m+2 \Rightarrow m = -1 \text{ و } 2$$

$$\begin{matrix} -1 \times & (-1,4) & (-1,3) \end{matrix}$$

(ب)

دقت کن!!

$$\begin{matrix} 2 \sqrt \end{matrix}$$

(1/5)

$$a^2 = 2a - 2 \Rightarrow a^2 - 2a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ و } 2$$

(5)

$$\text{اگر } a=1 \Rightarrow (a^2, 2a+2) = (1, 4) \quad \times$$

$$\text{اگر } a=2 \Rightarrow (a^2, 2a+2) = (4, 6) \quad \checkmark$$

(2)

$$f(1) = 1-1 = a+b \Rightarrow a+b=0$$

(6)

$$f(2) = 2^2 = 2a+b \Rightarrow 4 = 2a+b$$

$$2a+b = 2a-a = 4 \Rightarrow a=4, b=-4 \Rightarrow a \times b = 4 \times (-4) = -16$$

$$2K - 2 = 4 - 2K \Rightarrow 2K + 2K = 4 + 2 \Rightarrow 4K = 6 \Rightarrow K = \frac{3}{2} \quad (7)$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1, 3$$

(1) مثال نقض $\leftarrow x=1$ $y^2 - 6y = 1 - 4 + 2 = 0 \Rightarrow y(y^2 - 4) = 0 \Rightarrow y = 0, -\sqrt{4}, +\sqrt{4}$ تابع نیست $\times$

(ب) مثال نقض $\leftarrow x=2 \Rightarrow y = \pm 1$ تابع نیست $\times$ $|y| = 3 - |x|$

(ج) مثال نقض $\leftarrow x=3 \Rightarrow y = \pm \sqrt{2}$ تابع نیست $\times$ $|y| = \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$

(د) در نتیجه چون 2 و 3 همبستگی منفی نمی شود این عبارت یک تابع تک عضوی است $\checkmark$ $\textcircled{2}$
 هواره منفی در یک حالت 0

(6) الف) تابع است $\checkmark$ $\sqrt{y_1} = \sqrt{y_2} \Rightarrow y_1 = y_2$
 $\begin{cases} \sqrt{y_1} = -x_1^2 + 2x_1 - 2 \\ \sqrt{y_2} = -x_2^2 + 2x_2 - 2 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} \sqrt{y_1} = \sqrt{y_2} \Rightarrow y_1 = y_2$

(ب) $\begin{cases} y_1^2 + 2y_1 = 4x_1 \\ y_2^2 + 2y_2 = 4x_2 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} y_1^2 + 2y_1 = y_2^2 + 2y_2 \Rightarrow y_1^2 - y_2^2 + 2y_1 - 2y_2 = 0$
 $y_1^2 + 2y_1 = 4x_1$
 $y_2^2 + 2y_2 = 4x_2$ $\textcircled{2}$

$\Rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) + 2(y_1 - y_2) = 0$
 $(y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 - y_2 = 0 \Rightarrow y_1 = y_2 \checkmark \\ y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 2 = 0 \end{cases}$

مؤاره منفی $\rightarrow \Delta = y_2^2 - 8(y_2^2 + 2) = y_2^2 - 8y_2^2 - 16 = -7y_2^2 - 16$
 معادله ریشه ندارد پس کل عبارت تابع است

(10) الف) مثال نقض $\leftarrow x=0$ $x \sin y = y \sin x \xrightarrow{x=0} 0 \times \sin y = y \times 0 \Rightarrow 0 = 0$
 و هر عددی میتوانی باشد پس عبارت تابع نیست $\checkmark$ $\textcircled{2}$

$\frac{x}{y} > 0$ هم علامتند $\checkmark$

(ب) $\left. \begin{aligned} \sqrt{\frac{x}{y}} &= a \\ \sqrt{\frac{y}{x}} &= \frac{1}{a} \end{aligned} \right\} a + \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$
 $\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \Rightarrow \frac{x}{y} = 1 \Rightarrow x = y$
 $\sqrt{\frac{y}{x}} = 1 \Rightarrow \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow y = x$
 عبارت تابع است $\checkmark$

$$\text{ج-۴) } (3, m^2), (3, m+2) \leadsto m^2 = m+2 \leadsto m^2 - m - 2 = 0.$$

$$m=2 \rightarrow (2, 1), (2, 4) \times$$

$$m=-1 \rightarrow (-1, 4), (-1, 3) \times$$

به ازای هیچ مقدار m عبارت تکرر نیست!