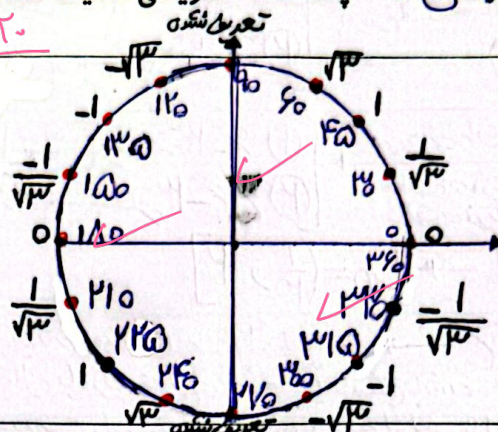


۲۰. آخرین کاری که لازم نوشته



الف) $\sin \frac{\pi}{6} + \cos \pi + 2 \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} - 1 + (2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{1}{2} - 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3} + 4}{2\sqrt{3}}$

ب) $-\cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} - 3 \sin \frac{\pi}{6} = -(\frac{\sqrt{3}}{2}) + \frac{1}{2} - (3 \times \frac{1}{2}) = \frac{-\sqrt{3} + 1 - 3}{2} = \frac{-\sqrt{3} - 2}{2}$

ج) $\cot \frac{\pi}{3} + 3 \cot \frac{\pi}{6} - 2 \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{3}}{1} - (2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{1 + 9\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}$

د) $\cos(\sin \pi) + \sin(\pi \cos \frac{\pi}{6}) = \cos(0) + \sin(\frac{\pi}{2}) = 1 + 1 = 2$

چون مقدار $x=a$ در هر دو ضابطه وجود دارد پس باید مقدارشان در هر دو ضابطه برابر باشد.

$$x=a \rightarrow a^2 + Fa = 2a + a + 2 \rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow (a+2)(a-1) = 0$$

$a = -2$ یا $a = 1$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + Fx & x \geq 1 \\ 2x + a + 2 & x \leq 1 \end{cases} \rightarrow f(1) = 1 + F = 2$$

$$\rightarrow f(1) = 2$$

$|x+1| \geq 2 \rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 2 \rightarrow x \geq 1 \\ x+1 \leq -2 \rightarrow x \leq -3 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 6 & x \geq 1 \text{ یا } x \leq -3 \\ a + 2x & -3 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$x = -3 \rightarrow 18 - 6 = a - 6 \rightarrow a + 6 = 12$

$$\rightarrow a + 6 = 12$$

الف) $y = \frac{1}{2x^3 - Fx^2} = \frac{1}{x^2(x-F)}$ مخرج نباید صفر شود.

$x^2(x-F) \neq 0 \rightarrow x \neq F$ و $x \neq 0$

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, F\}$$

ب) $y = \frac{1}{2x^3 + Fx^2 + 2x + F} = \frac{1}{2x(x^2 + 1) + F(x^2 + 1)} = \frac{1}{(x^2 + 1)(2x + F)}$

مخرج نباید صفر شود.

$x^2 + 1 = 0$ و $2x + F = 0 \rightarrow x = -\frac{F}{2}$

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{F}{2}\}$$

الف) $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x - 2}$ عبارت زیر رادیکال باید بزرگتر مساوی صفر باشد

$$\begin{cases} ① x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 \\ ② x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \end{cases}$$

① و ② $D_f = [2, +\infty)$

ب) $y = \frac{\sqrt{6-3x}}{\sqrt{6x-3}}$ عبارت زیر رادیکال باید بزرگتر مساوی صفر باشد و مخرج مخالف صفر باشد

$$\begin{cases} ① 6-3x \geq 0 \rightarrow 3x \leq 6 \rightarrow x \leq 2 \\ ② 6x-3 > 0 \rightarrow 6x > 3 \rightarrow x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

① و ② $D_f = (\frac{1}{2}, 2]$

$y = \sqrt{6x-a} + \sqrt{b-3x}$ با توجه به اینکه دامنه تابع برابر $\frac{1}{2}$ است و زیر رادیکال با قدری زوج عبارت باید نامنفی باشد پس هر دو عبارت زیر رادیکال باید به ازای $x = \frac{1}{2}$ صفر شوند.

$$\begin{cases} \frac{6x-a}{x=\frac{1}{2}} = 0 \rightarrow a = 12 \\ \frac{b-3x}{x=\frac{1}{2}} = 0 \rightarrow b = 6 \end{cases}$$

$\rightarrow a = 12, b = 6 \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$\rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$

الف) $y = \sqrt{\frac{x^2-9x-6}{x^2-13x+12}}$ تعیین علامت

$$\frac{x^2-9x-6}{x^2-13x+12} \geq 0 \rightarrow \frac{x^2-9x-6}{x^2-13x+12} \geq 0$$

$-13x^2 + 12x = 0 \rightarrow x = 0$ یا $x = \frac{12}{13}$

$x^2 - 9x - 6 = 0 \rightarrow (x-12)(x+2) = 0 \rightarrow x = 12$ یا $x = -2$

$\rightarrow D_f = (-\infty, -2) \cup (12, +\infty)$

ب) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$ جدول ضرایب جدول علامت

$$\frac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+3)(x-2)} \geq 0$$

$\rightarrow D_f = (-\infty, -3) \cup [-2, -1) \cup [1, 2) \cup [3, +\infty)$

الف) $y = \sqrt{2[x] - 4}$ $\rightarrow 2[x] - 4 \geq 0 \rightarrow 2[x] \geq 4 \rightarrow [x] \geq 2$

$\rightarrow [x] \geq 2 \rightarrow x \geq 2 \rightarrow D_f = [2, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{2[x] - 5}$ $\rightarrow 2[x] - 5 \geq 0 \rightarrow 2[x] \geq 5 \rightarrow [x] \geq \frac{5}{2}$

$\rightarrow [x] \geq \frac{5}{2} \rightarrow x \geq 3 \rightarrow D_f = [3, +\infty)$

الف) $y = \sqrt{\frac{x+1}{12x-11}} + \sqrt{\frac{6-x}{x^2+2x+2}}$

$$\begin{cases} ① \frac{x+1}{12x-11} \geq 0 \rightarrow x \leq -\frac{1}{12} \text{ یا } x \geq \frac{11}{12} \\ ② \frac{6-x}{x^2+2x+2} \geq 0 \rightarrow x \leq 6 \end{cases}$$

① و ② $D_f = [-\frac{1}{12}, \frac{11}{12}] \cup (\frac{11}{12}, 6]$

ب) $y = \sqrt{[x] - 4} + \sqrt{2 - [x]}$

$$\begin{cases} ① [x] - 4 \geq 0 \rightarrow [x] \geq 4 \rightarrow x \geq 4 \\ ② 2 - [x] \geq 0 \rightarrow [x] \leq 2 \rightarrow x < 3 \end{cases}$$

① و ② $D_f = \emptyset$