

۲۰. آزمون جامع نوشتن

عبارت زیر را در کمال با فورجه زوج با درجه اول $\Delta = [a, +\infty)$ بازه تعریف باشد.

$$\Rightarrow a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow (2x^3) + b = 0 \Rightarrow b = -6$$

۱

$$D_f = \mathbb{R} \Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow \epsilon - 8 + 4m^2 \leq 0 \Rightarrow m^2 \leq 1$$

$$\Rightarrow m^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq m \leq 1 \Rightarrow m_{\max} = 1, m_{\min} = -1$$

اگر مزید x^2 منفی بود، هرگز دامنه عبارت برابر $\mathbb{R}$ نمی شد!

۲

$$\epsilon - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq \epsilon \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \quad (1)$$

$$[x] + [-x] \neq -1 \rightarrow \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \quad (2)$$

$$\Rightarrow D_f = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

تعداد اعداد صحیح دامنه $\Rightarrow 5$

۳

الف) $x^3 + 3x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2(x+3) \geq 0 \Rightarrow$

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
$p(x)$	$-$	$+$	$+$	$+$

$$\Rightarrow D_f = [-3, +\infty)$$

ب) $(x^2 - 1)x^2(x - 3) \geq 0 \Rightarrow$

x	$-\infty$	-1	0	1	3	$+\infty$
$p(x)$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	$+$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup \{0\} \cup [3, +\infty)$$

۴

الف) $|x - 2| - 3 \geq 0 \Rightarrow |x - 2| \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 3 \Rightarrow x \geq 5 \\ x - 2 \leq -3 \Rightarrow x \leq -1 \end{cases}$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$$

ب) $\epsilon - |2 - x| \geq 0 \Rightarrow |2 - x| \leq \epsilon \Rightarrow -\epsilon \leq 2 - x \leq \epsilon$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow D_f = [-2, 4]$$

۵

الف) $|x| \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{if } x \geq 0 \Rightarrow 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \\ \text{if } x < 0 \Rightarrow 1+x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq -1 \Rightarrow \text{همواره برقرار است} \end{cases}$

$\Rightarrow D_f = (-\infty, 0) \cup [0, 1] = (-\infty, 1]$

ب) جواب درست مفهوم *

۶

الف) $\cos x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$



ب) $\cos x - 1 \neq 0 \Rightarrow \cos x \neq 1 \Rightarrow \cos x \neq \frac{1}{2}$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{k\pi \pm \frac{\pi}{3}\}$



۷

الف) $|x+1| - |x+3| \neq 0 \Rightarrow |x+1| \neq |x+3|$
 طرفین را به توان ۲ می‌زنیم $\Rightarrow x^2 + 2x + 1 \neq x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 4x - 8 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$

$(x-2)(x+4) \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{4}{3}, 2\}$

ب) جواب درست مفهوم *

۸

$x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$ ①

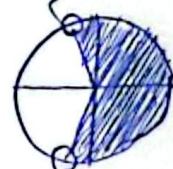
$\log_a(x-1) > 0 \Rightarrow x-1 > 1 \Rightarrow x > 2$ ②

$\log_a \log_a(x-1) \geq 0 \Rightarrow \log_a(x-1) \geq 1 \Rightarrow x-1 \geq a \Rightarrow x \geq a+1$ ③
 ① $\cap$ ② $\cap$ ③ $\Rightarrow D_f = [2, 3]$

۹

الف) $\cos x + 1 > 0 \Rightarrow \cos x > -1 \Rightarrow \cos x > -\frac{1}{2} \Rightarrow$

$D_f = (k\pi - \frac{2\pi}{3}, k\pi + \frac{2\pi}{3})$



ب) $\frac{x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x}{x+1} > \frac{1}{x+1}$ ①

$\log \frac{x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} > 1 \Rightarrow x < -1$ ②
 ① $\cap$ ② $\Rightarrow D_f = (-\infty, -1)$

۱۰

$\Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-2}{x+1} \geq 0 \Rightarrow x < -1$

جواب قسمت (ب) سؤال ٦ *

$$^m - |x - a| \neq 1 \Rightarrow |x - a| \neq 1 \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$^m - |x - a| \geq 0 \Rightarrow |x - a| \leq ^m \Rightarrow -^m \leq x - a \leq ^m \Rightarrow 1 \leq x \leq 3 \quad (2)$$

$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} \Rightarrow D_f = [1, 3] - \{1, 3\}$$

جواب قسمت (ب) سؤال ٧ *

$$|2x+1| - |x+3| \geq 0 \Rightarrow |2x+1| \geq |x+3| \xrightarrow[\text{به توان 2}]{\text{هر دو طرف را به توان 2 می‌رسانیم}}$$

$$4x^2 + 4x + 1 \geq x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 8 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(3x+4) \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -\frac{4}{3} & 2 & \\ \hline p(x) & + & 0 & - \end{array} \Rightarrow D_f = (-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [2, +\infty)$$