

① کابل تست متوجه اتحاد مربعی سوم

$$f(x) = \sqrt{x+4} \sqrt{x-4} = \sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2} = |\sqrt{x-4}+2| = \sqrt{x-4}+2$$

$$g(x) = \sqrt{x-4} \sqrt{x+4} = \sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2} = |\sqrt{x-4}-2| \xrightarrow{x \geq 4} \sqrt{x-4}-2$$

$$\Rightarrow f(x) + g(x) = 2\sqrt{x-4} \Rightarrow a=0, b=2, c=-4$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{0+2}{-4} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

② بر اساس دامنه $g(x)$ در $f(x)$ می‌توانیم تقسیم کنیم، داریم فقط دو حالت کنیم به ازای $x=1, 3$ ، $f(x)$ تعریف نمی‌شود پس آنها را حذف می‌کنیم!

$$\frac{g}{f}(x) = \left\{ (2, \frac{1}{2}), (0, 4) \right\}$$

③ الف $f(x) = \left\{ (2, \frac{1}{2}), (3, -1), (2, 2), (-\frac{1}{2}, 4) \right\}$

ب $f(x^2) = \left\{ (-2, 2), (2, 2), (-1, \sqrt{3}), (1, \sqrt{3}), (-1, -2), (1, -2) \right\}$

ج $2g^2(x) + 1 = \left\{ (-2, 19), (1, 3), (3, 9), (-1, 1) \right\}$

د $\frac{2f}{g}(x) = \left\{ (1, -4), (3, -1) \right\}$

④ توجه کنید دامنه تابع h برابر با $\{1, 2, 3\}$ است چون باید هر تابع که در هر تابع g تعریف شده باشند، جایگزین می‌کنیم و در ابعث بدست می‌آید

$$h(x) = \left\{ (2, 5), (3, 5), (-2, 6) \right\}$$

$$g(n) + 1 \neq 0 \Rightarrow g(n) \neq -1 \Rightarrow n \in \mathbb{Z} \quad \textcircled{I}$$

⑤

حالات نه (۱) را بیاییم کنیم

$$\sqrt{3n} - n \geq 0, n \neq 1, n \geq 0 \quad \textcircled{II}$$

$$\sqrt{n} (\sqrt{3} - \sqrt{n}) \geq 0$$

①, ②, ③

$$\Rightarrow [0, 3] \quad \textcircled{III}$$

$$\Rightarrow D\left(\frac{f}{g+1}\right) = \{0, 1, 3\}$$

⑨ ابتدا توجه کنید دامنه مشترک f و g برابر با $\{1, 2, 4\}$ است

پس می‌توانیم نوشت و بدست می‌آوریم

$$h(n) = \left\{ (1, 0), \left(2, \frac{\sqrt{2}}{4}\right), (4, 0) \right\}$$

⑩ می‌دانیم که P یک تابع درجه فردی است، و می‌توانیم از روش اصلی استفاده می‌کنیم

$$y = n^3 - 2n^2 + 3n - 1 + 1 = (n-1)^3 + 1$$

$$\Rightarrow (n-1)^3 = y - 1 \Rightarrow n-1 = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow n = \sqrt[3]{y-1} + 1$$

$$\Rightarrow R_y = \mathbb{R}$$

$$y = \frac{1}{n^2 - 2n} \Rightarrow n^2 y - 2n y = 1 \Rightarrow n^2 y - 2n y - 1 = 0$$

$$\Delta = 4y^2 - 4(-y) = 4y^2 + 4y$$

$$\Rightarrow n = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4y}}{2y}$$

$$\Rightarrow y \neq 0, 4y^2 + 4y \geq 0 \Rightarrow y(y+1) \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{+} \frac{0}{-} \frac{+}{+} \quad \textcircled{II}$$

①, ②

$$\Rightarrow D_y = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$$

① من نقطه‌ی راس هر سهی را بدست می‌آوریم، Max/Min را مشخص می‌کنیم

و اعمال را روی آن انجام می‌دهیم

الف)
$$\begin{array}{c|c} \text{Min} & 2 \\ \hline & 4 \end{array} \Rightarrow R_y = [4, +\infty)$$

ب)
$$\begin{array}{c|c} \text{Max} & 3 \\ \hline & 12 \end{array} \Rightarrow R_y = (-\infty, 12]$$

ج)
$$\begin{array}{c|c} \text{Min} & 2 \\ \hline & -v \end{array} \Rightarrow R_y = [0, +\infty)$$

د)
$$\begin{array}{c|c} \text{Max} & 3 \\ \hline & 9 \end{array} \Rightarrow R_y = [0, 3]$$

④ شایستی بدیهه‌ی ضمیمه نیست

الف) $\mathbb{R}$ ، ب) $\mathbb{R}$ ، ج) $[0, +\infty)$ ، د) $[0, +\infty)$

⑤ شایستی بدیهه‌ی ضمیمه نیست

الف) $\mathbb{R} - \{3\}$

ب) $\mathbb{R} - \{2\}$