

$$A \times B = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

$$B^2 = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

$$A \times B - B^2 = \{(1,2), (1,3)\}$$

۱

$$m^2 = m + 2$$

$$m^2 - m - 2 = 0$$

$$(m+1)(m-2) = 0 \Rightarrow m = -1 \rightarrow \text{غیر قابل قبول} \quad m = 2 \rightarrow \text{غیر قابل قبول}$$

الف) $m = -1$

۲

$$m^2 = m + 2$$

$$m^2 - m - 2 = 0$$

$$(m+1)(m-2) = 0 \Rightarrow m = -1 \rightarrow \text{غیر قابل قبول} \quad m = 2 \rightarrow \text{غیر قابل قبول}$$

ب) به ازای هر مقدار n تابع نیست

$$x=1 \rightarrow x^2 - 1 = ax + b \Rightarrow (1)^2 - 1 = a + b = 0$$

$$x=2 \rightarrow ax + b = x^2 \Rightarrow (2)a + b = (2)^2 = 4$$

$$\begin{cases} a+b=0 \\ 2a+b=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2a+b) - (a+b) = a - 1 \\ 1 + b = 0 \Rightarrow b = -1 \end{cases} \quad a+b = -4$$

۳

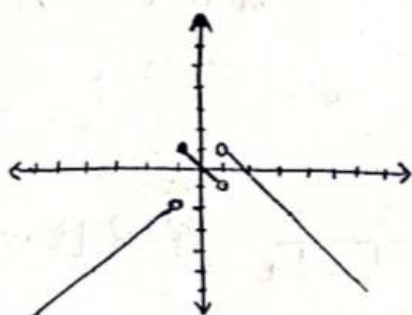
$$x=k \rightarrow x^2 - 1 = 4 - 2x$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = 1$$

$$x = 1$$

۴



$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$R_f = (-\infty, 1]$$

۵

$$2y^2 + x^2 + 1 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} (x_1, y_1) \in E_x \\ (x_2, y_2) \in E_x \\ x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{array} \right\} y_1 = y_2$$

$$2y_1^2 + x_1^2 + 1 = 2y_2^2 + x_2^2 + 1 \\ 2y_1^2 = 2y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2$$

الف) تابع است

۶

$$x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0$$

ب) هست

$$x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0 \rightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 0 \quad \begin{array}{l} x=1 \\ y=3 \end{array} \rightarrow \text{تابع یک نقطه است}$$

$$x \sin y = y \sin x \quad x=0 \rightarrow \text{مثال نقض} \quad y \in \mathbb{R}$$

الف) نیست

۷

$$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \xrightarrow{\text{طرفین را توان ۲ می‌دهیم}} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y}} = 2^2 = 4$$

ب) هست

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \xrightarrow{\text{طرفین را در } xy \text{ ضرب می‌کنیم}} x^2 + y^2 = 2xy \quad x^2 + y^2 - 2xy = 0 \quad (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x=y$$

$$y = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}} \quad \begin{array}{c} \text{نقطه } 1 \text{ و } 2 \text{ را در محور } x \text{ علامت می‌زنیم} \\ \text{و } x > 2 \text{ را می‌گیریم} \end{array}$$

$$D_f = (0, 2] \cap \mathbb{R} - [2, 1] = (0, 2) \quad \text{الف)}$$

۸

$$\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3} \quad (x \geq 0)$$

$$\sqrt{y-1} = \sqrt{3-x} \quad -\sqrt{x} + \sqrt{3} \geq 0 \quad \begin{array}{l} -\sqrt{x} \geq -\sqrt{3} \\ x \leq 3 \end{array}$$

$$[0, \infty) \cap (-\infty, 3] = [0, 3] = D_f$$

ب)

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 7x + 4}}{\sqrt{x^2 - 1} \cdot x + 4} = \frac{\sqrt{(x-1)(x-4)}}{\sqrt{(x-1)(x-4)}} \rightarrow \begin{array}{c} \text{نقطه } 1 \text{ و } 4 \text{ را در محور } x \text{ علامت می‌زنیم} \\ \text{و } x > 4 \text{ را می‌گیریم} \end{array}$$

$$(1, 4) \cap (\mathbb{R} - [2, 1]) = \mathbb{R} - (1, 1) = D_f \quad \text{الف)}$$

۹

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 4}{x^2 - 1} \cdot x + 4} = \sqrt{\frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x-4)}} \rightarrow \begin{array}{c} \text{نقطه } 1 \text{ و } 4 \text{ را در محور } x \text{ علامت می‌زنیم} \\ \text{و } x > 4 \text{ را می‌گیریم} \end{array}$$

$$D_f = \mathbb{R} - ((1, 2] \cup (4, 1]) \quad \text{ب)}$$

$$y = \frac{\sqrt{3x^2 - 8x + 3}}{\sqrt{3x^2 - 7x + 4}} = \frac{\sqrt{(3x-4)(x-1)}}{\sqrt{(3x-4)(x-1)}} \rightarrow \begin{array}{c} \text{نقطه } 4/3 \text{ و } 1 \text{ را در محور } x \text{ علامت می‌زنیم} \\ \text{و } x > 4/3 \text{ را می‌گیریم} \end{array}$$

$$D_f = \mathbb{R} - [1, 4/3] \quad \text{الف)}$$

$$\begin{array}{c} \text{نقطه } 4/3 \text{ و } 1 \text{ را در محور } x \text{ علامت می‌زنیم} \\ \text{و } x > 4/3 \text{ را می‌گیریم} \end{array}$$

۱۰

$$y = \sqrt{\frac{3x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4}} = \sqrt{\frac{(3x-2)(x-1)}{(3x-4)(x-1)}} \rightarrow \begin{array}{c} \text{نقطه } 2/3 \text{ و } 1 \text{ را در محور } x \text{ علامت می‌زنیم} \\ \text{و } x > 2/3 \text{ را می‌گیریم} \end{array}$$

$$D_f = \mathbb{R} - [2/3, 1] \quad \text{ب)}$$