

$$A \times B = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

$$B^2 = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

$$A \times B - B^2 = \{(1,2), (1,3)\}$$

۱

باید زوجی (در زوج مرتب $(m^2, m+2)$ و (m^2, m^2) باشد تا تابع رانقص نگردد پس

$$m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m+1)(m-2) = 0 \Rightarrow m = -1, 2$$

$m=2$ قابل قبول نیست چون در زوج مرتب ایجاد می شود پس $m = -1$

۲

$$m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m+1)(m-2) = 0 \Rightarrow m = -1, 2$$

هیچ کدام از مقادیر m قابل قبول نیست چون باید زوج مرتب دیگر شرط تابع رانقص می کنند.

چون برای متواری در 2 در 2 باید برابرند و باید فقط یک جواب داشته باشند پس سالی می گذاریم

$$\begin{cases} a^2 - 1 = ca + b \Rightarrow a=1 \rightarrow 1-1 = c+b=0 & c+b=0 \\ ca + b = a^2 \Rightarrow a=2 \rightarrow 2c+b=1 & 2c+b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=1 \\ b=-1 \end{cases}$$

۳

$$c \times b = 1 \times -1 = -1$$

چون برای متواری در 2 در 2 باید برابرند و باید فقط یک جواب داشته باشند پس سالی می گذاریم

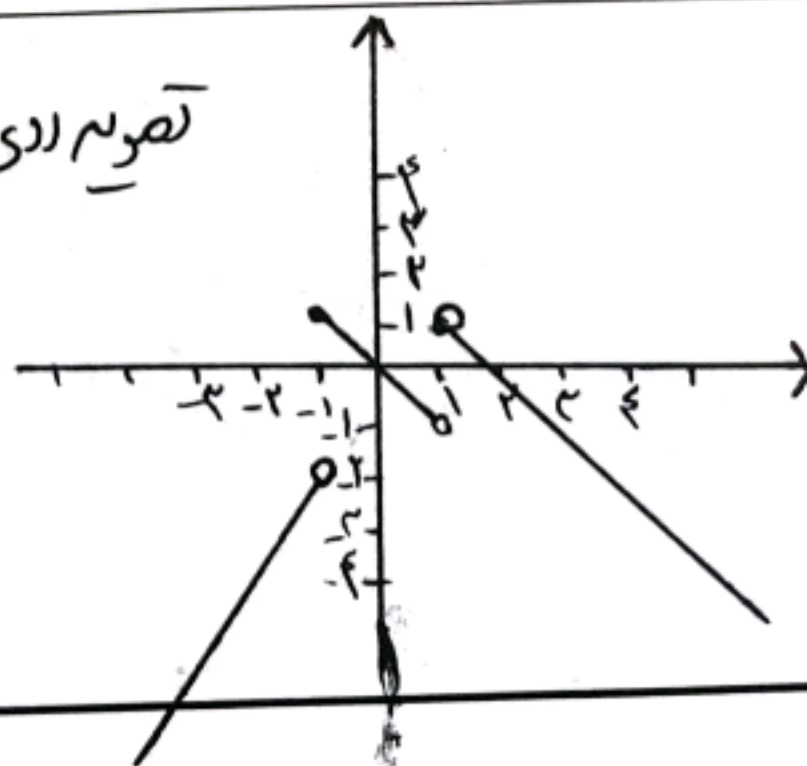
$$2a - 2 = 4 - 2a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2k - 2 = 4 - 2k \Rightarrow 4k = 6 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$k = \frac{3}{2}$$

۴

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \leftarrow \text{تصویری حوری ها}$$

$$R_f = (-\infty, 1] \leftarrow \text{تصویری حوری ها}$$



۵

اگر $(x_1, y_1) \in f$ و $(x_2, y_2) \in f$ و $x_1 = x_2$ و $2y_1^2 + x_1^2 + 1 = 0$ و $2y_2^2 + x_2^2 + 1 = 0$ $\Rightarrow y_1^2 = y_2^2$
 اگر $(x_1, y_1) \in f$ و $(x_2, y_2) \in f$ و $x_1 \neq x_2$ و $2y_1^2 + x_1^2 + 1 = 0$ و $2y_2^2 + x_2^2 + 1 = 0$ $\Rightarrow y_1^2 = y_2^2$
 $\Rightarrow y_1^2 = y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow$ تابع یکتا

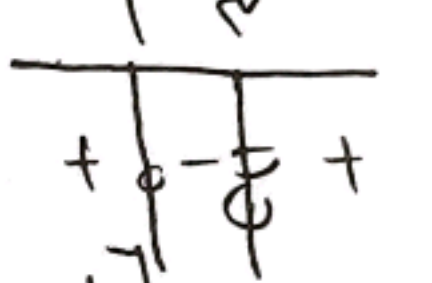
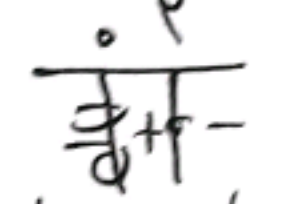
ب) $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 4y^2 - 12y + 9 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$
 $x-1=0 \Rightarrow x=1$ و $2y-3=0 \Rightarrow y=\frac{3}{2}$
 مجموعه دو عدد حقیقی مثبت برابر است پس هر دو صفر هستند $\rightarrow$ تابع یکتا است

اگر $x=0$ در معادله قرار دهیم y می تواند هر مقدار دلخواهی اختیار کند $\rightarrow$ عدد دلخواهی (الف)

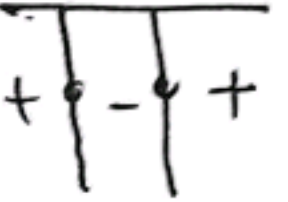
$\sin y = y \sin x \Rightarrow x y = x \sin y \rightarrow$ تابع نیست

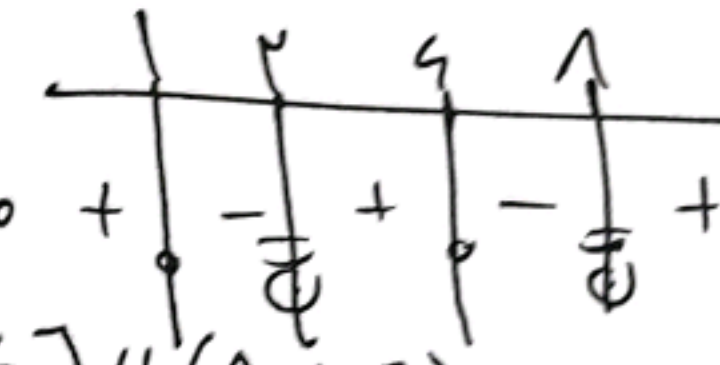
ب) $2 = \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4 = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 \Rightarrow 2 = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ $\rightarrow$ تابع نیست

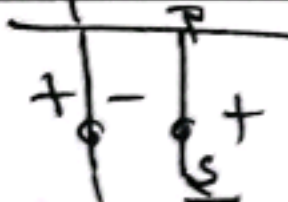
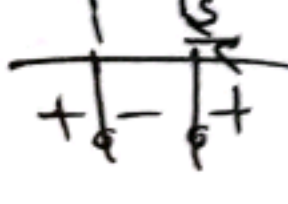
مخرج $\rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy} = 2 \Rightarrow x^2+y^2 = 2xy \Rightarrow y^2 - 2xy + x^2 = 0 \Rightarrow (y-x)^2 = 0 \Rightarrow x=y$

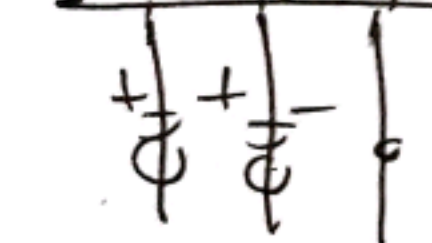
الف) $\frac{x-1}{x-2} \geq 0 \rightarrow$  $\Rightarrow (-\infty, 1) \cup (2, +\infty) = I$
 $\frac{2-x}{x} \geq 0 \rightarrow$  $\Rightarrow (0, 2) = II$
 $I \cap II = D_f = (0, 1)$

ب) $\sqrt{y-1} = \sqrt{2} - \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x} \leq \sqrt{2} \rightarrow x \leq 2 = I$
 $I \cap II = [0, 2] = D_f$
 سراسر باید متناهی باشد
 همین طور زیر را می توان نوشت

الف) $x^2 - 7x + 9 \geq 0 \rightarrow$  $\Rightarrow (-\infty, 1) \cup [6, +\infty) = I$
 $x - 10x + 15 \geq 0 \rightarrow -9x + 15 \geq 0 \Rightarrow D_f = I \cap II = (-\infty, 1]$
 $15 > 9x \rightarrow \frac{15}{9} > x \rightarrow (-\infty, \frac{5}{3}) = II$

ب) $\sqrt{\frac{(x-5)(x-1)}{(x-2)(x-1)}} \rightarrow \frac{(x-5)(x-1)}{(x-2)(x-1)} \geq 0$ 
 $D_f = (-\infty, 1) \cup (2, 5) \cup (1, +\infty)$

الف) $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \rightarrow (x-1)(x-\frac{2}{5}) \geq 0$  $\Rightarrow (-\infty, \frac{2}{5}) \cup [1, +\infty) = I$
 $2x^2 - 7x + 5 \geq 0 \rightarrow (x-1)(x-\frac{5}{2}) \geq 0$  $\Rightarrow (-\infty, 1) \cup (\frac{5}{2}, +\infty) = II$
 $D_f = I \cap II = (-\infty, 1) \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$

ب) $\frac{(x-1)(x-\frac{5}{2})}{(x-1)(x-\frac{2}{5})} \geq 0$ 
 $D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \frac{5}{2}) \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$