

(الف) از روش ریاضی و اثبات $2y^3 + x^2 + 1 \Rightarrow x_1 \in f(x) \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ $x_2 \in f(x) \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow$ تابع یک به یک است	۶ (ب) از روش مثال نقض $4y^3 - 12y + 10 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 4y^3 - 12y + 10 = 0$ $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-12) = 36 + 480 = 516$ $\Rightarrow$ عبارت یک به یک نیست
(الف) مثال نقض $x \sin y = y \sin x \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 0(\sin y) = y(\sin 0) \Rightarrow 0 = y(0)$ برای y بی نهایت مقدار وجود دارد (در ازای $x=0$) پس عبارت تابع نیست ۷ (ب) برای اینکه این عبارت برابر ۲ شود باید $\sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{y}{x}}$ باشد بنابراین $x=y$ پس به ازای هر مقدار x یک y وجود دارد پس عبارت تابع است	۸ (ب) فقط به ازای $x=0$ عبارت تابع است چون اگر درگیر کنیم اشتباه شود $\sqrt{x} + \sqrt{y+1} = \sqrt{3}$ $x=0 \Rightarrow \sqrt{y-1} = \sqrt{3} \Rightarrow y=4$
(الف) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{\sqrt{x^2 - 10x + 14}} \Rightarrow \frac{\sqrt{(x-2)(x-2)}}{\sqrt{(x-5)(x-2)}} \Rightarrow \frac{x-2}{\sqrt{(x-5)(x-2)}}$ $x \geq 2, x \geq 5 \Rightarrow x \geq 5$ $x < 2, x < 5 \Rightarrow x < 2$ $D_f = (-\infty, 2) \cup [5, +\infty)$ ۹ (ب) صورت و مخرج باید سر هم باشند $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{\sqrt{x^2 - 10x + 14}} \Rightarrow \frac{\sqrt{(x-2)(x-2)}}{\sqrt{(x-5)(x-2)}} \Rightarrow \frac{x-2}{\sqrt{(x-5)(x-2)}}$ $x \geq 2, x \geq 5 \Rightarrow x \geq 5$ $x < 2, x < 5 \Rightarrow x < 2$ $D_f = \mathbb{R} - [2, 5]$	۱۰ (الف) $y = \frac{\sqrt{2x^2 - 2x + 3}}{\sqrt{3x^2 - 4x + 4}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(2x-1)(2x-3)}}{\sqrt{\frac{1}{3}(3x-3)(3x-4)}} \Rightarrow \frac{\sqrt{(2x-1)(2x-3)}}{\sqrt{(3x-3)(3x-4)}}$ $x \geq 1, x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$ $x > 1, x > \frac{4}{3} \Rightarrow x > \frac{4}{3}$ $D_f = [\frac{3}{2}, +\infty)$ (ب) $D_f = (-\infty, 1) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 3\} \Rightarrow A \times B - B^2 = ?$$

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$B^2 = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$\Rightarrow A \times B - B^2 = \{(1, 2), (1, 3)\}$$

مجموعه‌های B^2 حذف می‌شوند و فقط ۲ عضو از $A \times B$ باقی می‌ماند.

$$f(x) = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$$

$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = -1 \text{ یا } m = 2$$

اگر $m = 2$ باشد عضو $(2, 1)$ این تابع را تشکیل می‌دهد.

$$f(x) = \{(3, m^2), (2, 1), (m, 4), (3, m+2), (-2, m), (-1, 3)\}$$

به دلیل مقدار m این عبارت $m = 2$ یا $m = -1$ می‌باشد. اگر $m = -1$ باشد عضو $(2, 1)$ حذف می‌شود.

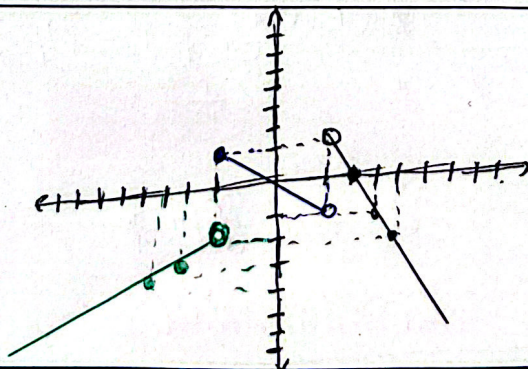
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ ax + b & 1 \leq x \leq 2 \\ x^3 & x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} x=1 &\Rightarrow y = (1)^2 - 1 \Rightarrow y=0 \\ x=1 &\Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow a+b=0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x=2 &\Rightarrow (2)^3 = 8 \\ x=2 &\Rightarrow 2a + b = 8 = y \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} -(a+b) &= 0 \\ 2a+b &= 8 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 8 \\ b &= -8 \end{aligned} \Rightarrow a \times b = 8 \times (-8) = -64$$

$$F(x) = \begin{cases} 4x - 3 & x \geq 4 \\ 8 - 3x & x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \begin{cases} 4 \times 4 - 3 = y \\ 8 - 3 \times 4 = y \end{cases} \Rightarrow y_1 = y_2$$

$$\Rightarrow 4 \times 4 - 3 = 8 - 3 \times 4 \Rightarrow 16 - 3 = 8 - 12 \Rightarrow 13 = -4 \Rightarrow \text{غیرممکن}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 & x > 1 \\ -x & -1 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & x < -1 \end{cases}$$



$$D_f = [-1, 1)$$

$$R_f = (-\infty, 0)$$